Le contenu	Remarques

I. Projection sur une droite

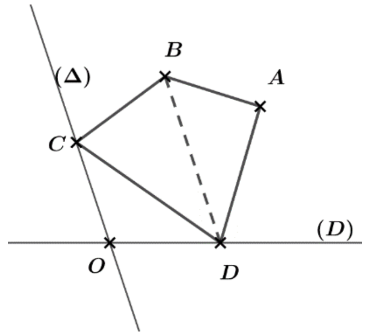
1. Projection sur une droite parallèlement à une droite :

Activité :

Soient (D) et (Δ) deux droites sécantes en un point O et soit $ABCD$ un quadrilatère tel que $C \in (\Delta)$, $D \in (D)$ et $(BD)//(\Delta)$.

1) **a.** Construire la droite (L) passante par A et parallèle à la droite (Δ).

b. Montrer que (L) et (D) sont sécantes en un point unique A'.



On dit que A' est le projeté de A sur (D) en parallèle à (Δ).

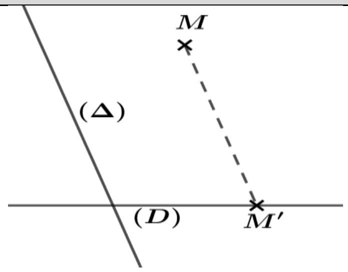
2) Montrer que D est le projeté du point B sur (D) en parallèle à (Δ).

3) Déterminer les projetés des points C et D sur (D) en parallèle à (Δ).

Définition :

Soient (D) *et* (Δ) *deux droites sécantes du plan et soient* M *un point et* M' un point du plan tel que : $M' \in (D)$ et $(MM')//(\Delta)$.

Le point M' *est appelé* ***projeté*** *du point* M *sur la droite* (D) *parallèlement à la droite* (Δ) *et on écrit :* $p(M) = M'$.



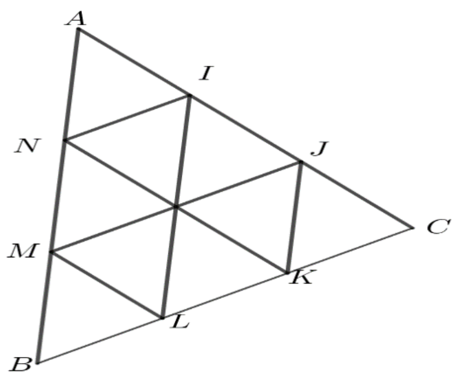
Remarques :

- Si M' est la projection du point M tel que $M \neq M'$ sur (D) parallèlement à (Δ), alors $M' \in (D)$ et $(MM')//(\Delta)$.
- $M \in (D)$ si et seulement si $p(M) = M$. *On dit que tout point de la droite* (D) *est* ***invariant*** *par la projection* p.

Application :

On considère la figure ci-contre telle que :

$$\begin{cases} (AB)//(IJ)//(JK) \\ (AC)//(NK)//(ML) \\ (BC)//(MJ)//(NI) \end{cases}.$$



Remplir le tableau suivant:

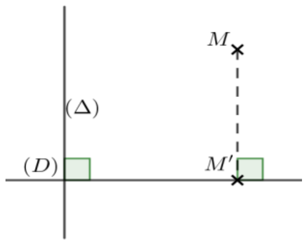
Le point	*Son projeté*	*Sur la droite*	*Parallèlement à la droite*
I	...	(BC)	(AB)
J	...	(AB)	(BC)
N	K	...	...
...	N	...	AC

2. Projection orthogonale :

Définition :

Soient (D) *et* (Δ) *deux droites perpendiculaires du plan* (P) .

Le point M' *, projeté de* M *sur* (D) *parallèlement à* (Δ) *, est appelé projeté orthogonal du point* M *sur la droite* (D).



II. Théorème de Thales

1. Théorème de Thales direct :

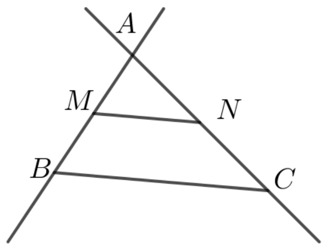
Propriété :

Soient (D_1) *et* (D_2) *deux droites sécantes en un point* A .

Soient B *et* M *deux points de la droites* (D_1) *, distincts de* A .

Soient C *et* N *deux points de la droites* (D_2) *, distincts de* A .

Si $(MN)//(BC)$*, alors :* $\dfrac{AM}{AB}=\dfrac{AN}{AC}=\dfrac{MN}{BC}$.

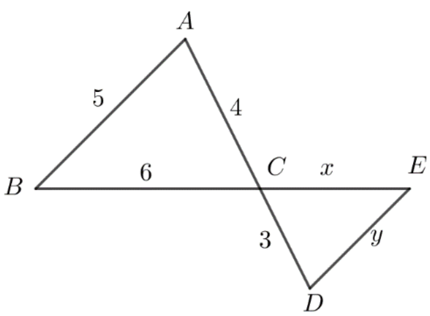


Application :

On considère la figure suivante telle que :

$\boxed{}$.

Déterminer la valeur de $\boxed{}$ *et* $\boxed{}$.



2. Réciproque du théorème de Thales

Propriété

Soient *et* *deux droites sécantes en un point* .

Soient *et* *deux points de la droites* *, distincts de* .

Soient *et* *deux points de la droites* *, distincts de* .

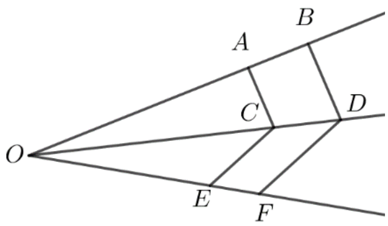
Si *et si les points* , , *et les points* , , *sont dans la même ordre , alors les deux droites* *et* *sont parallèles .*

(Remarque :

On utilise le réciproque du théorème de Thales pour montrer le parallélisme de deux droites.

Application :

On considère la figure suivante telle que :



et .

Montrer que : .

3. Théorème de Thales par la projection

Propriété

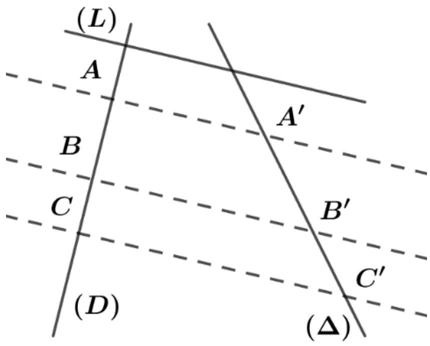
Soient *et* *deux droites .*

Soit *une droite non parallèle à* *et non parallèle à* .

Soient , , *des points de* *tels que* *et* *distincts.*

Si , , *sont les projetés respectifs de* , , *sur* *parallèlement à*

, *alors* : .



III. Conservation du coefficient de colinéarité de deux vecteurs :

Propriété :

Soient *et* *deux droites sécantes.*

Soiet *et* *deux vecteurs colinéaires tel que* : .

Si , , , *sont les projetés respectifs*

de , , , *sur*

parallèlement à , *alors* : .

Application :

est un triangle du plan.

Soit *un point du plan tel que :* *et soit* *le projeté de* *sur* *parallèlement à* .

1) *Construire une figure convenable.*

2) *Montrer que :*

Propriété :

Soient *et* *deux droites sécantes.*

Soient des points du plan et soient *ses projetés respectifs sur* parallèlement à .

Si: *, alors :* .

Exercice :

est un triangle .

Soient le milieux de segment , et

deux points du plan tels que : et .

On considère point d'intersection de et et

et les projetés sur en parallèle à

.

1) *Construire une figure convenable.*

2) *Montrer que* *est le milieux de segment* .

3) *Montrer* que : et .

4) Montrer que : et déduire en fonction de

.