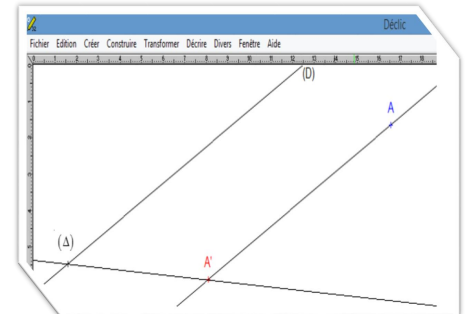


## 1\_ projection d'un point sur une droite parallèlement à une autre droite

### Activité 1

On suppose les fils des rayons du soleil prennent la direction de la droite  $(D)$  et la droite  $(\Delta)$  représente la surface du sol. L'ombre du point  $A$  sur le sol est le point  $A'$  l'intersection de la droite  $(\Delta)$  avec la droite passant par  $A$  et parallèlement à la droite  $(D)$ . (voir figure ci contre).



### 2\_ Vocabulaire

- Le point  $A'$  est appelé **projection du point  $A$  sur  $(\Delta)$  parallèlement à  $(D)$** .
- $B \in (\Delta)$  :  $B$  est son propre projeté sur  $(\Delta)$  parallèlement à  $(D)$ .

### 3\_ Définition :

Soient  $(D)$  et  $(\Delta)$  deux droites sécantes et  $M$  un point du plan tel que  $M \notin (\Delta)$ .

Dire que le point  $M'$  est la projection du point  $M$  sur parallèlement à  $(D)$  veut dire :  $M' \in (\Delta)$  et  $(MM') \parallel (D)$ .

### Cas particulier :

Si  $(D) \perp (\Delta)$  :  $A'$  est la projection orthogonale de  $A$  sur  $(\Delta)$ .

### 4\_ Application :

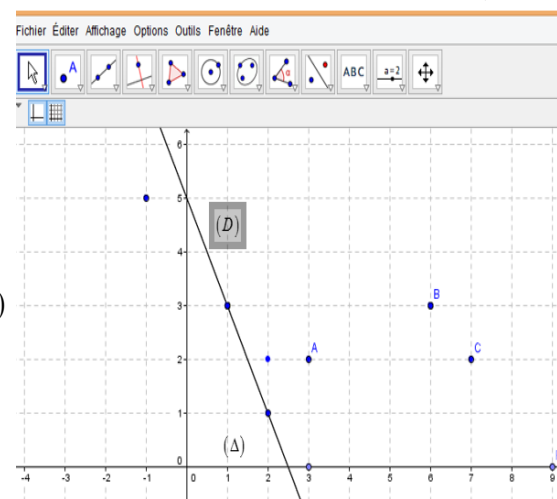
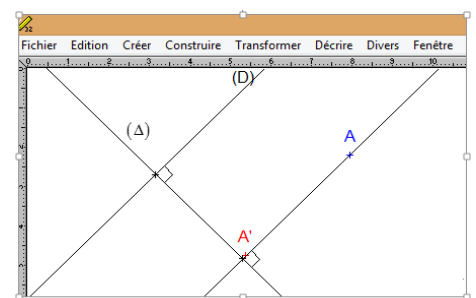
On considère ( la figure ci contre)

Des points  $B, C, F$  sont alignés.

La droite  $(BC)$  est parallèle à  $(D)$ .

Les points  $E$  et  $F$  appartiennent à  $(\Delta)$ .

- Déterminer les projections des points  $A, B, C, E, F$  sur  $(\Delta)$  parallèlement à  $(D)$ .
- Représenter les projections des points  $A, B, C, E, F$  sur  $(D)$  parallèlement à  $(\Delta)$ .
- Déterminer l'ensemble des points du plan dont la projection sur  $(\Delta)$  parallèlement à  $(D)$  est le point  $F$ .
- Construire le point  $M$  tel que le point  $E$  est sa projection  $(\Delta)$  parallèlement à  $(D)$  et que le quadrilatère  $ECFM$  soit un parallélogramme.



## II\_Theoreme de Thalès

### ➤ Théorème de Thalès direct :

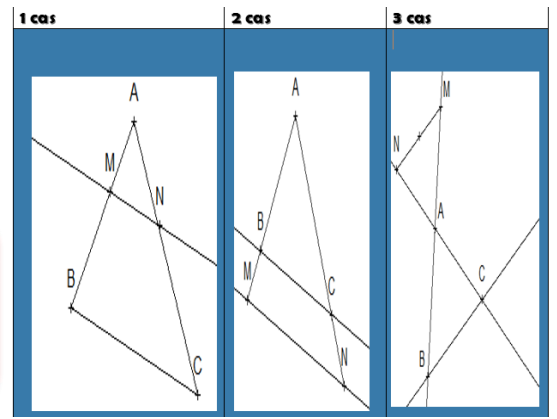
Soient :

\*  $A, B, M$  trois points alignés

\*  $A, N, C$  trois points alignés

\*  $(MN) \parallel (BC)$

$$\text{donc } \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

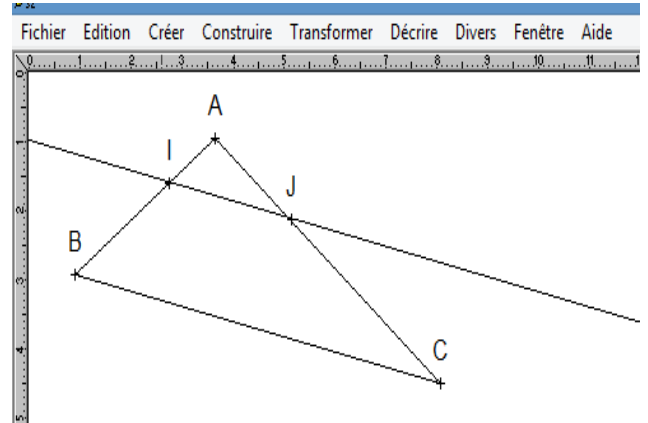


### Application :

**ABC** triangle tel que :

$$\left\{ \begin{array}{l} (IJ) \parallel (BC) \\ AI = 6 \text{ cm} ; AB = 18 \text{ cm} ; IJ = y \text{ cm} \\ AJ = 5 \text{ cm} ; AC = x \text{ cm} ; BC = 12 \text{ cm} \end{array} \right.$$

1. Enoncer le théorème de Thalès
2. A partir de l'égalité  $\frac{AI}{AB} = \frac{AJ}{AC}$  vérifier que  $x = 19 \text{ cm}$
3. A partir de l'égalité  $\frac{AI}{AB} = \frac{IJ}{BC}$  vérifier que  $IJ = 4 \text{ cm}$



### ➤ Réciproque du théorème de Thalès

( méthode pour prouver si 2 droites sont parallèles

\*  $A, M, B$  points alignés

\*  $A, N, C$  points alignés

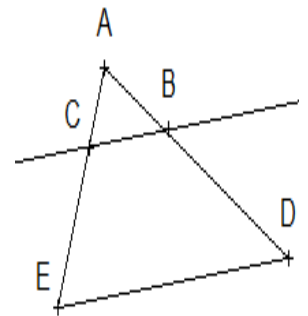
\*  $A, M, B$  sont dans le même ordre que  $A, N, C$  conclusion :  $(MN) \parallel (BC)$

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$$

### Application :

$ADE$  un triangle tel que :  $\left\{ \begin{array}{l} B \in [AD] ; C \in [AB] \\ AB = 4 \text{ cm} ; AD = 6 \text{ cm} \\ AC = 6 \text{ cm} ; AE = 9 \text{ cm} \end{array} \right.$

Montrons que :  $(BC) \parallel (DE)$



## III\_ Conservation du coefficient de colinéarité de 2 vecteurs

### Activité :

Soient  $(D)$  et  $(\Delta)$  deux droites sécantes en  $A$ . Les points  $M, N, P$  appartiennent à  $(\Delta)$  talque :  $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AC}$  ;  $\overrightarrow{AN} = 5\overrightarrow{AC}$  ;  $\overrightarrow{AP} = -3\overrightarrow{AC}$  et les points  $M', N', P'$  sont les projections respectives des points  $M, N, P$  sur  $(\Delta)$  parallèlement à  $(BC)$ .

1. Faire une figure géométrique
2. En utilisant le théorème de Thalès établir que :  $\frac{AM'}{AB} = 2$  ;  $\frac{AN'}{AB} = 5$  ;  $\frac{AP'}{AB} = 3$
3. En deduire que  $\overrightarrow{AM'} = 2\overrightarrow{AB}$  ;  $\overrightarrow{AN'} = 5\overrightarrow{AB}$  ;  $\overrightarrow{AP'} = -3\overrightarrow{AB}$

Si  $M \in (\Delta)$  et  $M'$  son projeté sur  $(D)$  parallèlement à  $(BC)$  telque  $\overline{AM} = \alpha \overline{AC}$  avec  $\alpha \in \mathbb{R}$ . Quelle conjecture peut-on dire à propos des 2 vecteurs  $\overline{AM}$  et  $\overline{AB}$ .

**Règle :**  $(D)$  et  $(\Delta)$  deux droites sécantes.

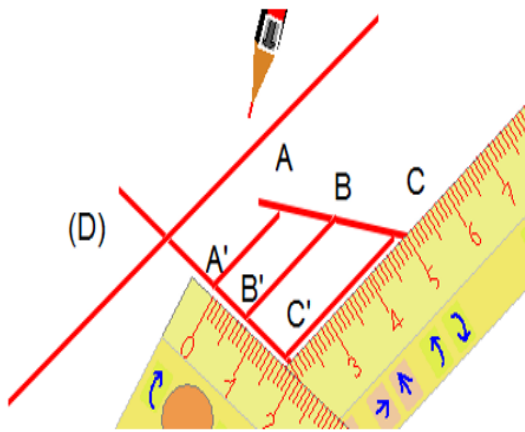
$A, B, C, D$  des points du plan et  $A', B', C', D'$  leurs projections (resp) sur  $(D)$  parallèlement à  $(\Delta)$ .

Si  $\overline{AB} = k \overline{AC}$  alors  $\overline{A'B'} = k \overline{A'C'}$

Si  $\overline{CD} = k \overline{AB}$  alors  $\overline{C'D'} = k \overline{A'B'}$

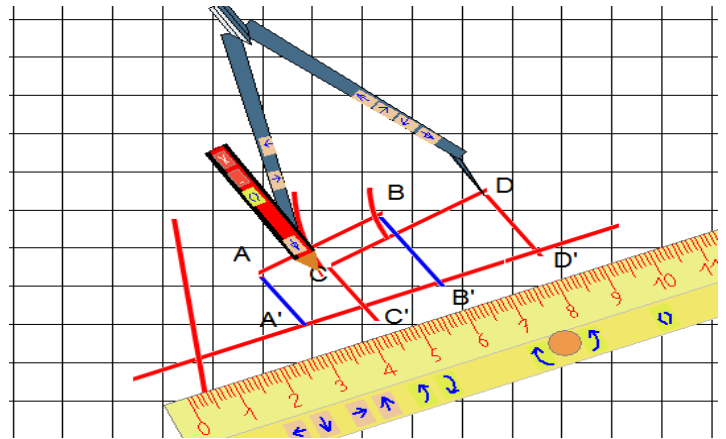
1 cas

si  $\overline{AC} = k \overline{AB}$  alors  $\overline{A'C'} = k \overline{A'B'}$

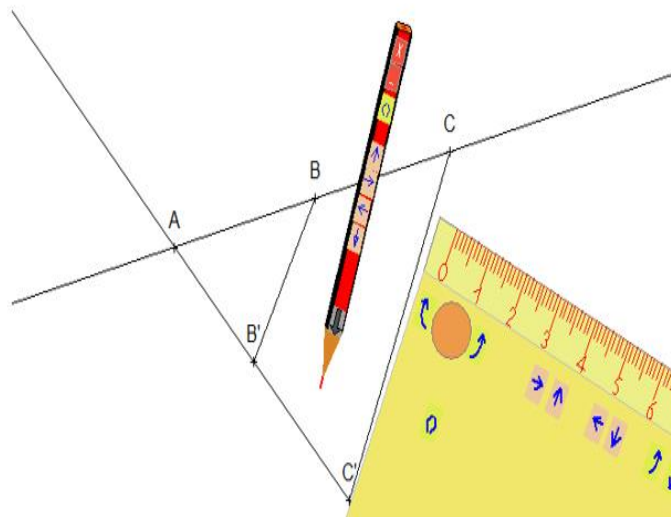


2 cas :

Si :  $\overline{CD} = k \overline{AB}$  alors  $\overline{C'D'} = k \overline{A'B'}$



3 cas : si  $\overline{AC} = k \overline{AB}$  alors  $\overline{AC'} = k \overline{AB'}$



**Application :**

Soit  $ABC$  un triangle et  $M \in [AB]$  tel que

$$\overline{AM} = \frac{1}{3} \overline{AB}$$

$N$  le projeté de  $M$  sur  $(AC)$  parallèlement à  $(BC)$ .

**Montrons que :**  $\overline{AN} = \frac{1}{3} \overline{AC}$

