Abderrazek BERREZIG – Lycée Assad Ibn Alfourat Oued Ellil

Barycentre

BARYCENTRE DE DEUX POINTS PONDERES

a) point pondéré

On appelle point pondéré le couple (A, α) constitué du point A et du coefficient α ($\alpha \in \Re$) affecté au point A.

b) barycentre

α et β sont deux réels tels que : $\alpha + \beta \neq 0$. Le barycentre des points pondérés (A, α) et (B, β) est le point G qui vérifie : $\alpha\overrightarrow{GA} + \beta\overrightarrow{GB} = \vec{0}$

Ecrire $\overrightarrow{AG}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$, en déduire l'existence et l'unicité de G, montrer que G est sur la droite (AB)

c) Propriétés

Si G est barycentre de (A, α) et (B, β), alors :

- G est situé sur la droite (AB)
- G est aussi le barycentre de (A, $k\alpha$) et (B, $k\beta$) , $k \neq 0$.

Dans le cas particulier où , Le barycentre est le milieu I de [AB]. On dit que I est l'isobarycentre de A et de B : $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$.

d) Propriété fondamentale

Le barycentre des points pondérés (A, α) et (B, β) est le point G tel que, pour tout point M du plan : $\alpha\overrightarrow{MA} + \beta\overrightarrow{MB} = (\alpha + \beta)\overrightarrow{MG} \iff \overrightarrow{MG} = \dfrac{\alpha\overrightarrow{MA} + \beta\overrightarrow{MB}}{\alpha + \beta}$.

Réciproquement, G est le seul point qui vérifie cette égalité.

Applications :

1) déterminer les coordonnées du barycentre G de (A ; 4) et (B ; 1) avec A (-4 ; 4) et B (7 ; -2).

2) Les points A, B et C vérifient : $\overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{CB} = \vec{0}$. Déterminer c pour que A soit le barycentre de (B ; 1) et (C ; c).

3) Les points A, B, C et D vérifient : $\overrightarrow{DA} - 3\overrightarrow{DB} + 2\overrightarrow{DC} = \vec{0}$. Montrer que A,B et C sont alignés et donner les positions relatives des point A, B et C.

BARYCENTRE DE TROIS PONDERES

a) définition

α, β et γ sont trois réels tels que $\alpha + \beta + \gamma \neq 0$.
Le barycentre de (A ; α) , (B ; β) et (C ; γ) est le point G qui vérifie :
$\alpha\overrightarrow{GA} + \beta\overrightarrow{GB} + \gamma\overrightarrow{GC} = \vec{0}$

b) propriété fondamentale

Le barycentre de (A ; α) , (B ; β) et (C ; γ) est le point G qui vérifie, pour tout point M du plan :

$$\alpha\overrightarrow{MA} + \beta\overrightarrow{MB} + \gamma\overrightarrow{MC} = (\alpha + \beta + \gamma)\overrightarrow{MG} \iff \overrightarrow{MG} = \frac{\alpha\overrightarrow{MA} + \beta\overrightarrow{MB} + \gamma\overrightarrow{MC}}{\alpha + \beta + \gamma}$$

c) Associativité du barycentre

Considérons un système de 3 (ou 4) points pondérés, une partie formée de 2 (ou 3) points admet, en général un barycentre. On pourra utiliser cette remarque pour démontrer que des points sont alignés et des droites concourantes.

Un exemple : On appelle G le barycentre du système de points pondérés :
(A, 2) , (B, 4) et (C, 3). On appelle I le barycentre du système (B, 4) et (C, 3). Montrer que les points A,G et I sont alignés et préciser les positions relatives des trois points.