Exercice 1: Construire les points suivantes :

1- Montrer que G est le barycentre de (A,3) et (B,5)
2- Montrer que G est le barycentre de (A,3) et (B,-1)
3- Montrer que G est le barycentre de (A,-3) et (B,5)
4- Montrer que G est le barycentre de (A,5) et (B,5)

Exercice 2: Soit G le barycentre de (A,2) et (B,1) et (C,3)

1- Ecrire $\overrightarrow{BG}$ en fonction de $\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{BC}$,puis construire le point G.
2- En utilisant l'associativité du barycentre construire le point G.

Exercice 3: Soit G le barycentre de (A,2) et (B,1)

1- Montrer que A est le barycentre de (G,-3) et (B,1).
2- Montrer que B est le barycentre de (G,-6) et (A,4).

Exercice 4: Dans un quadrilatère $ABCD$, on appelle I le milieu de $[AC]$, J le milieu de $[BD]$ et G le point défini par : $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DC}\right)$.

1. Montrer que G est le barycentre de $(A, 2)$, $(B, -1)$, $(C, 2)$ et $(D, -1)$.
2. En déduire que les points I, J et G sont alignés.

Exercice 5: Soit ABC un triangle et I le milieu de $[BC]$. Soit G le barycentre de $(A, -1)$, $(B, 2)$ et $(C, 2)$.

1. Montrer que G appartient à la droite (AI).
2. Soit H le symétrique de A par rapport à B.Montrer que C, G et H sont alignés.

Exercice 6: Soit $ABCD$ un quadrilatère, I le milieu de $[AC]$ et J celui de $[BD]$.
Soit K le point défini par $\overrightarrow{KA} = -2\overrightarrow{KB}$ et L celui défini par $\overrightarrow{LC} = -2\overrightarrow{LD}$. M le milieu de $[LK]$.

1. Faire une figure.
2. Justifier l'existence du barycentre G de $\{(A, 1) ; (B, 2) ; (C, 1) ; (D, 2)\}$. En associant les points de différentes façons.
3. Montrer que G appartient aux droites (KL) et (IJ).
4. Montrer que G et M sont confondus, que M est aligné avec I et J puis donner la position de M sur (IJ).

Exercice 7: Soit ABC un triangle. On considère :

* le barycentre I de $(A\,;2)$ et $(C\,;1)$;
* le barycentre J de $(A\,;1)$ et $(B\,;2)$;
* le barycentre K de $(C\,;1)$ et $(B\,;-4)$.

1- Montrer que B est le barycentre de $(K\,;3)$ et $(C\,;1)$.

2- En déduire le barycentre de $(A\,;2)$, $(K\,;3)$ et $(C\,;1)$;

3- Montrer que J est le milieu de $[IK]$.

Exercice 8: Dans un triangle ABC on définit I le barycentre de $(B, 2)$, $(C, 1)$, J le barycentre de $(A, 3)$, $(C, 2)$ et K le barycentre de $(A, 3)$ et $(B, 4)$.

1- Faire une figure.

2- En considérant G le barycentre de $(A, 3)$, $(B, 4)$ et $(C, 2)$, montrer que les droites (AI), (BJ) et (CK) sont concourantes en G.

Exercice 9: Soit ABC un triangle et I, J et K les points définis par :

I est le milieu de $[AB]$; $\overrightarrow{JC}=\frac{2}{3}\overrightarrow{JA}$; $\overrightarrow{BK}=3\overrightarrow{BC}$

1- Déterminer les coefficients pour lesquels I est le barycentre de (A, a), (B, b), J celui de (A, a'), (C, c) et K celui de (B, b'), (C, c').

2- Démontrer que les droites (AK), (BJ) et (CI) sont concourantes en G barycentre de $(A, 2)$, $(B, 2)$ et $(C, -3)$.

Exercice 10: Soit ABC triangle tel que AB=6 et BC=4 et BC=5.G est le centre de gravité de ce triangle.

1- Déterminer et construire les ensembles suivants :

- L'ensemble E_1 des points M du plan vérifiant $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=6$
- L'ensemble E_1 des points M du plan vérifiant $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right\|=\left\|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|$
- L'ensemble E_1 des points M du plan vérifiant $\left\|\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}\right\|=\left\|\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|$

Exercice 11: ABC est un triangle équilatéral de côté 5cm, G est le centre de gravité de ce triangle et H est le Barycentre des points pondérés (A ; 1) et (B ; 2).

1- Construire les points G et H.

2- Déterminer et construire les ensembles suivants :

- L'ensemble E_1 des points M du plan vérifiant : $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}\right\|$
- L'ensemble E_2 des points M du plan vérifiant : $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}$ *colinéaire* à $\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}$