1ére Bac	Etude Analytique du Produit scalaire	WWW.Dyrassa.com

Exercice 1: Le plan (P) muni d'un repère (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$).On considère les points :

$$A(-1\,;1)\ \ ;\ \ B(-1\,;3)\ ;\ C(-4\,;4)\ ;\ \ D(1\,;1)\ \ ;\ \ E(-4\,;-2)$$

1- Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}\ et\ \overrightarrow{BC}.\overrightarrow{DE}$ que peut-on conclure ?

2- Montrer que $(BE) \perp (CD)$.

3- Montrer que $(AM) \perp (BC)$ tel que M est le milieu du segment [DE].

Exercice 2: Le plan (P) muni d'un repère (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$).On considère les points :

$$A(1\,;1)\ \ ;\ \ B(1\,;3)\ ;\ C(-1\,;1)\ ;\ \ D\left(0\,;1+\sqrt{3}\right)$$

1- Montrer que ABC triangle rectangle en A

2- Calculer : $\|\overrightarrow{CA}\|\ \ et\ \ \|\overrightarrow{CB}\|\ \ et\ \ \|\overrightarrow{CD}\|$

3- Calculer $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB}\ et\ \overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CD}$

4- Calculer $\cos\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right)\ \ et\ \ \sin\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right)\ \ et\ \ \cos\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CD}\right)\ \ et\ \ \sin(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CD})$

5- Déduire les mesures des angles : $\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right)\ \ et\ \ (\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CD})$

6- Vérifier que : $\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CD}\right) = \frac{\pi}{12}$

7- Déduire les valeurs de $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)\ \ et\ \ \sin(\frac{\pi}{12})$

Exercice 3: Le plan (P) muni d'un repère (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$).On considère les points :

$$A(1\,;1)\ \ ;\ \ B(1\,;3)\ ;\ C(-1\,;1)$$

1- Construire les points A et B et C

2- Déterminer l'équation de la droite (Δ) qui passe par B et perpendiculaire à (AC)

3- Déterminer l'équation cartésienne de la droite (AC)

4- Déterminer les coordonnées de point H l'intersection de (Δ) et (AC)

5- Calculer $\cos\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right)$

6- Déterminer l'équation cartésienne de la droite (L) la médiatrice du segment [AB].

7- Déterminer la distance de point B à la droite (L)

Exercice 4 : Le plan (P) muni d'un repère (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$).On considère les points :

$$A(1\,;1)\ \ ;\ \ B(1\,;3)\ ;\ C(-1\,;1)$$

1- Montrer que ABC est un triangle isocèle en B

2- Calculer $\cos\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}\right)\ \ et\ \tan\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}\right)$

3- Déterminer l'équation cartésienne de la hauteur issue du point B du triangle ABC

4- Déterminer l'équation cartésienne de la médiane qui passe par le point C du triangle

5- Déterminer les coordonnées du point H le centre de gravité de la droite (BC)

6- Calculer l'aire du triangle ABC

7- Déterminer l'équation cartésienne de la droite (BC)

8- Calculer la distance entre le point A et la droite (BC)

Exercice 5: On considère les trois équations cartésiennes suivantes :

$$x^2 + y^2 + 6x - 4y + 9 = 0$$
$$x^2 + y^2 - 2x + 6y + 10 = 0$$
$$x^2 + y^2 + 4x - 4y + 9 = 0$$

1- Ecrire chacune des équations ci-dessus sous la forme :

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = c$$

où a, b, c sont des nombres réels à déterminer.

2- Pour chaque équation, en déduire la nature de l'ensemble des points défini par cette équation et en préciser les éléments caractéristiques

Exercice 6: Le plan est muni d'un repère orthonormé (O ; I ; J) dont l'unité est le centimètre.

1- On considère le cercle C de centre I et de rayon r. Dans chaque cas présenté ci-dessous, déterminer l'équation du cercle :

- $I(1\ ;\ 2)\ \ et\ \ r = 3\ cm$
- $I(-3\ ;\ 1)\ \ et\ \ r = 5\ cm$

2- On considère le cercle C' dont les points A et B sont diamétralement opposés. Déterminer l'équation du cercle dans chacun des cas suivants :

- $A(-2\ ;\ 0)\ et\ B(4\ ;\ 0)$
- $A(2\ ;-3)\ et\ B(-1\ ;\ 2)$

Exercice 7: On considère le plan muni d'un repère orthonormé (O ; I ; J) et l'ensemble des points E défini par l'équation cartésienne :

$$(E): x^2 + y^2 - 4x + 6y + 3 = 0$$

1- Ecrire l'équation (E) sous la forme :

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = c$$

2- Justifier que l'ensemble E est un cercle C dont on précisera les caractéristiques.

3- Montrer que le point A(3 ; 0) est un point du cercle C .

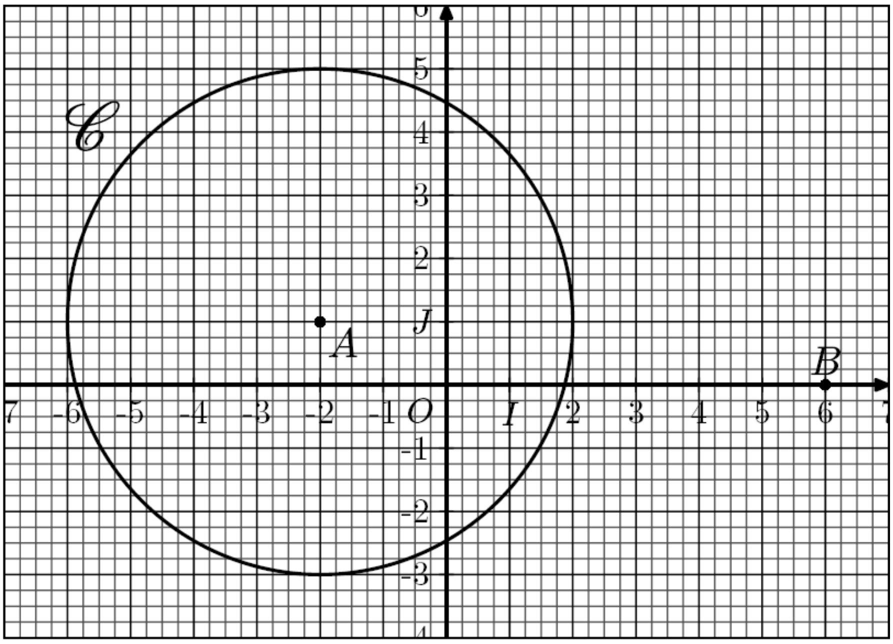
4- Déterminer une équation cartésienne de la tangente (d) au cercle C passant par le point A.

5- Après avoir montré que le point B(-1 ;-2) est un point du cercle, donner une équation cartésienne de la droite (d') tangente au cercle C au point B.

6- Déterminer les coordonnées du point M intersection des droites (d) et (d').

7- Tracer dans un repère le cercle C (ou une partie) et ses deux tangentes.

Exercice 8: Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O ; I ; J) , on considère le cercle C de centre A(-2 ; 1) et de rayon 4 ; le point B a pour coordonnée (6 ; 0) :



Le but de cet exercice est de déterminer l'équation des deux tangentes, (d) et (d'), au cercle C passant par le point B :

1- Déterminer l'équation du cercle C .

2- Déterminer l'équation du cercle de diamètre [AB].

3- Déterminer les coordonnées des points de contact des droites (d) et (d') avec le cercle C .

4- En déduire que les droites (d) et (d') admettent les équations cartésiennes :

$$35x - 84y - 210 = 0 \quad ; \quad -21x - 28y + 126 = 0$$

5- Déterminer les coordonnées, pour chacune des droites, de leurs points d'abscisse 3 ; effectuer le tracé de ces droites.

Exercice 9:

On considère le plan muni d'un repère orthonormé (O ; I ; J).

Soit (d) la droite ayant pour vecteur directeur (1 ; 2) et passant par le point A(0 ;-1).

1- Déterminer l'équation cartésienne de cette droite.

2- Soit C le cercle de centre A(1 ; 1) et de rayon 3.Déterminer l'équation cartésienne de ce cercle.

3- Dans cette question, on s'intéresse au point d'intersection de (d) et de C .

a. Justifier que si M(x ; y) est un point d'intersection de la droite et du cercle alors ses coordonnées vérifient le système d'équation :

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 2y - 2y - 7 = 0 \\ -2x + y + 1 = 0 \end{cases}$$

4- Par substitution, résoudre ce système d'équation.

5- Résoudre graphiquement le système suivant : $\begin{cases} x^2 + y^2 - 2x - 2y - 7 < 0 \\ -2x + y + 1 > 0 \end{cases}$