

I. Les ensembles : \mathbb{N} ; \mathbb{Z} ; \mathbb{D} ; \mathbb{Q} et \mathbb{R}

✍ Activité :

Cocher les cases convenables :

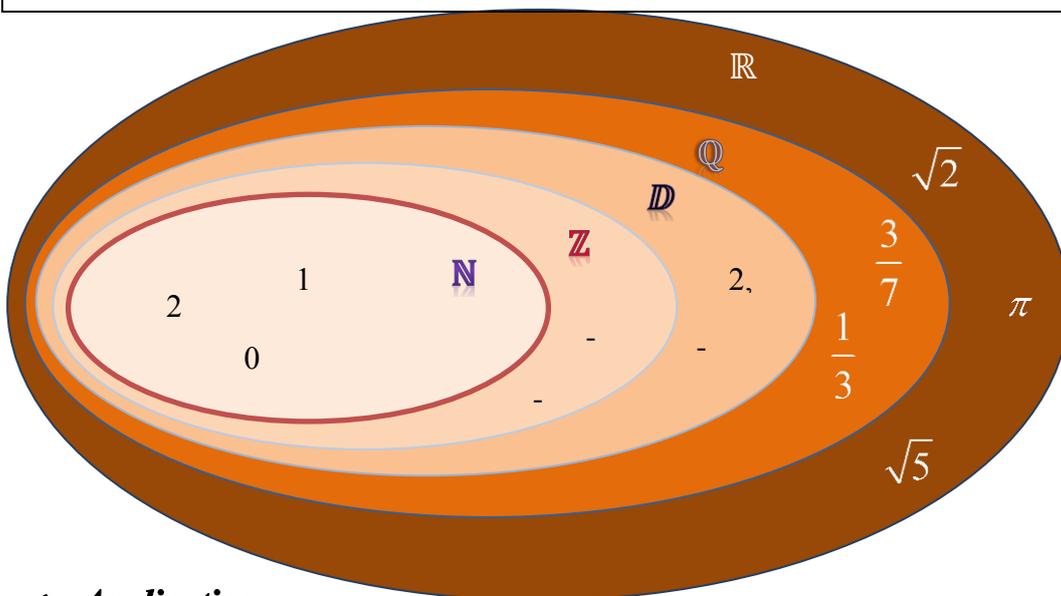
	$\frac{-\sqrt{16}}{2}$	$\frac{5}{-2}$	12,23	$\frac{\pi}{2}$	8	$\sqrt{2}$	-6	Notation de l'ensemble
Entier naturel								
Entier relatif								
Nombre décimal								
Nombre rationnel								
Nombre irrationnel								
Nombre réel								

✍ Définitions :

- ✓ On note l'ensemble des **entiers naturels** par \mathbb{N} : $\mathbb{N} = \{0,1,2,3, \dots\}$.
- ✓ On note l'ensemble des **entiers relatifs** par \mathbb{Z} : $\mathbb{Z} = \{\dots, -2,1,0,1,2, \dots\}$.
- ✓ On note l'ensemble des **nombre décimaux** par ID : $ID = \{a.10^n / a \in \mathbb{Z} \text{ et } n \in \mathbb{Z}\}$.
- ✓ On note l'ensemble des **nombre rationnels** par \mathbb{Q} : $\mathbb{Q} = \{\frac{a}{b} / a \in \mathbb{Z} \text{ et } b \in \mathbb{N}^*\}$.
- ✓ On note l'ensemble des **nombre réels** par \mathbb{R} . C'est l'ensembles des nombre rationnels et irrationnels.

☐ Remarque :

- ✓ $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$. Le symbole ' \subset ' se lit inclus.



✍ Application :

Compléter à l'aide de l'un des symboles suivants : $\in, \notin, \subset, \not\subset$.

- | | | | | |
|------------------------|---------------------------------------|-----------------------------------|--|-------------------------------|
| $10 \dots \mathbb{N}$ | $\frac{2\pi}{3} \dots \mathbb{R}$ | $\frac{2\pi}{3} \dots \mathbb{R}$ | $\mathbb{R} \dots \mathbb{Z}$ | $\mathbb{N} \dots ID$ |
| $3,5 \dots \mathbb{Z}$ | $\frac{\sqrt{2}}{3} \dots \mathbb{Q}$ | $\mathbb{R} \dots \mathbb{N}$ | $\frac{-\sqrt{12}}{\sqrt{3}} \dots \mathbb{Z}$ | $\mathbb{Z} \dots \mathbb{Q}$ |



$0 \dots \mathbb{R}^*$

$\sqrt{49} \dots \mathbb{N}$

$\text{ID} \dots \mathbb{R}$

$\pi \dots \mathbb{Q}$

$\frac{1}{3} \dots \text{ID}$

II. Les opérations dans \mathbb{R}

Activité :

1) Simplifier l'expression suivant: $A = a - (b - c) - (b - c - a) - [(c - a - b) - (a + b + c)]$

2) Calculer le nombre: $B = (\frac{1}{2} - \frac{2}{3} - \frac{3}{4}) \times \frac{4}{11} + 3(5 - \frac{2}{9})$.

Propriétés :

Soient a, b, c et d des nombres réels. On a :

$$\otimes \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd} \quad (b \neq 0, d \neq 0)$$

$$\otimes \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd} \quad (b \neq 0, d \neq 0)$$

$$\otimes \frac{1}{\frac{a}{b}} = \frac{b}{a} \quad (a \neq 0, b \neq 0)$$

$$\otimes \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} \quad (b \neq 0, d \neq 0, c \neq 0)$$

$$\otimes \frac{a}{b} = c \quad (b \neq 0) \text{ équivaut à } a = bc \quad \otimes \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad (b \neq 0, d \neq 0) \text{ équivaut à } ad = bc$$

Application :

1) Calculer le nombre suivant : $A = \left(\frac{1 + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{3}} \right) \times \left(\frac{1 + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}} \right)$

2) Soient x et y deux nombres réels non nuls tels que: $x \neq y$. Montrer que :

$$\frac{-1 + \frac{x}{x-y}}{1 + \frac{y}{x-y}} = \frac{y}{x}$$

3) Déterminer les valeurs possibles de x pour lesquelles on peut calculer l'expression

$$A = \frac{5}{2(x+3)} + \frac{4}{2(1-x)}, \text{ puis écrire A sous forme d'une fraction.}$$

III - Puissances – Ecriture scientifique :

Activité :

Parmi les nombres suivants donner ceux écrites en écriture scientifique et écrire les autres sous cette forme : $0,012 \times 10^{-3}$; 6500×10^5 ; $5,03 \times 10^{-4}$; $-34,56 \times 10^{-2}$

Définition :

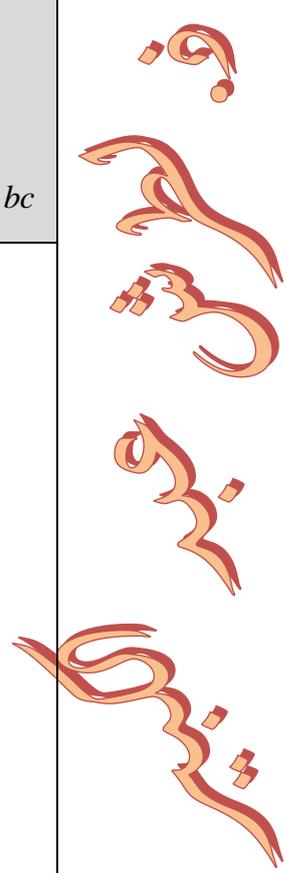
Soit x un nombre décimal non nul .

L'écriture $x = a \cdot 10^n$ dont et $1 \leq a < 10$ ou $-10 < a \leq -1$ est appelée l'écriture scientifique de x.

Application :

Ecrire les nombres suivants en écriture scientifique :

$$251,3 \quad ; \quad 0,095 \quad ; \quad 27,31 \times 10^3 \quad ; \quad 150 \times 10^{-3} \quad ; \quad -5248,3 \quad ; \quad -872,731 \times 10^{-4} \quad ; \quad 7879,03 \times 10^7$$



Activité :

Simplifier les nombres suivants : $A = 2^{-5} \times 3^{-3} \times 2^{10} \times 3^{-3} \times (-1)^{2017}$, $B = \frac{4 \times (10^{-2})^3 \times 10}{10^{-5} \times 16}$

Propriété :

Soient a et b deux nombres réels non nuls et soient m et n deux nombres entiers relatifs non nuls. On a :

$$\otimes a^n \times a^p = a^{n+p}$$

$$\otimes \frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$$

$$\otimes \frac{1}{a^n} = a^{-n}$$

$$\otimes a^{n \cdot p} = a^{np}$$

$$\otimes a^n \times a^m = a^{n+m}$$

$$\otimes \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

Application :

On considère le nombre suivant : $A = \frac{6^{15} \times 25^7}{3^7 \times 9^4}$.

Déterminer les entiers m et n tels que : $A = 2^m \times 5^n$.

IV - Racines carrés :

Activité :

Simplifier les expressions suivantes :

$$A = \sqrt{2^2 \times 12^3 \times 3}; \quad B = \sqrt{4^2 + 3^2}; \quad C = \sqrt{\frac{2}{5}} \times \sqrt{\frac{10}{16}}; \quad D = (\sqrt{3} + \sqrt{6})(1 - \sqrt{2}).$$

Propriété :

Soient $a \in \mathbb{R}^+$ et $b \in \mathbb{R}^+$. On a :

$$\otimes \sqrt{a^2} = \sqrt{a^2} = a$$

$$\otimes \sqrt{a^n} = \sqrt{a^n}$$

$$\otimes \frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{a} \quad (a \neq 0)$$

$$\otimes \sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$$

$$\otimes \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} \quad (b \neq 0)$$

Application :

1 Soient a et b deux nombres réels positifs. Simplifier le nombre suivant :

$$\sqrt{a} \sqrt{a^3 b^2} - \sqrt{b} \sqrt{a^4 b} + \sqrt{\sqrt{a^4 b^4}}.$$

2 Montrer que : $\frac{5\sqrt{7}}{\sqrt{2}-\sqrt{7}} + \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2}+\sqrt{7}} \in \mathbb{Z}$.

V - Identités remarquables :

Activité :

Soient a et b deux nombres réels. Développer les expressions suivantes : $(a+b)^2$, $(a-b)^2$, $(a-b)(a+b)$, $(a-b)(a^2+ab+b^2)$, $(a+b)(a^2-ab+b^2)$, $(a+b)^3$ et $(a-b)^3$.

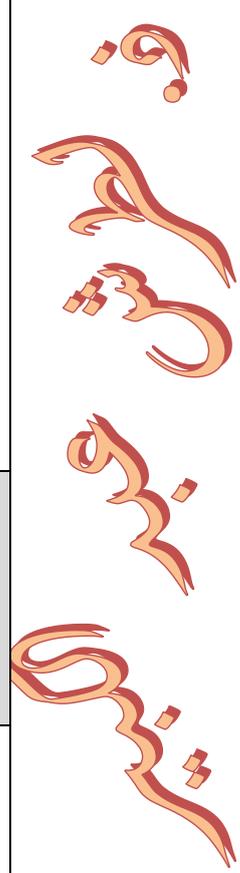
Propriété :

Soient a et b deux nombres réels. On a :

$$\otimes (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$\otimes (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$\otimes (a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$



$$\otimes a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$\otimes a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$\otimes (a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$\otimes (a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

Application :

1 Développer les expressions suivantes : $(a + 2)(a^2 - 2a + 4)$, $(x - 1)(x^2 + x + 1)$,
 $(b + 2)^3$, $(y - 5)^3$.

2 Factoriser les expressions suivantes :

- $A(x) = x^2 - 9 + (x - 1)(x + 3) - 2(x + 3)^2$
- $B(x) = 4x^2 - 36x$
- $C(x) = x^3 - 1000$
- $D(x) = x^3 - 8 + 4(x^2 - 4) - 3x + 6$
- $E(x) = x^3 + 1 + 2(x^2 - 1) - (x + 1)$

