

**Exercice 1:** Soit la suite  $(u_n)$  définie par  $u_0 = 5$  et  $U_{n+1} = 3U_n - 4$

- 1- Calculer les termes  $u_1, u_2, u_3$ .
- 2- Montrer par récurrence que  $U_n > 2$ . ( $\forall n \in \mathbb{IN}$ )
- 3- Montrer que  $U_n$  est croissante.

**Exercice 2:**  $U_n$  est la suite arithmétique de premier terme  $u_0 = -\frac{1}{2}$  et de raison  $r = 2$ .

- 1- Calculer  $U_n$  en fonction de  $n$ .
- 2- Calculer les termes  $u_1, u_2, u_3$
- 3- Calculer la somme  $S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$

**Exercice 3:**  $(V_n)$  est la suite géométrique de premier terme  $V_0 = 8$  et de raison  $q = \frac{1}{2}$ .

- 1- Calculer  $V_n$  en fonction de  $n$ .
- 2- Calculer les termes  $V_1, V_2, V_{20}$ .
- 3- Montrer que la somme  $S = V_0 + V_1 + \dots + V_{20}$  est égale à  $\frac{2^{21}-1}{2^{17}}$ .

**Exercice 4 :** Soit la suite  $(u_n)$  définie par  $u_0 = 1$  et  $U_{n+1} = \frac{2U_n}{2+3U_n}$

- 1- Calculer les termes  $u_1$  et  $u_2$ .
- 2- La suite  $(u_n)$  est-elle arithmétique ? Géométrique ?
- 3- Montrer par récurrence que  $U_n < 0$ . ( $\forall n \in \mathbb{IN}$ )
- 4- Etudie la monotonie de  $U_n$ .
- 5- On admet que, pour tout  $n$ ,  $U_n$  n'est pas nul. On pose.  $V_n = 1 + \frac{2}{U_n}$ 
  - a. Calculer  $v_0, v_1$ , et  $v_2$ .
  - b. Calculer  $V_{n+1}$  en fonction de  $V_n$ . En déduire que  $(V_n)$  est une suite arithmétique.
  - c. Exprimer  $V_n$  en fonction de  $n$ .
  - d. En déduire  $U_n$  en fonction de  $n$ .
- 6- Calculer la somme  $S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_{n-1} + U_n$

**Exercice5:** Soit la suite  $(u_n)$  définie par  $u_0 = 1$  et  $U_{n+1} = \frac{U_n}{2} + 1$

1- Calculer les termes  $u_1$  et  $u_2$ .

2- Montrer par récurrence que  $U_n < 2$ . ( $\forall n \in \mathbb{N}$ )

3- Etudie la monotonie de la suite  $U_n$ .

4- Soit la suite  $(V_n)$  telle que pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$ . On pose.  $V_n = U_n - 2$

a. Calculer  $V_0, V_1$  et  $V_2$

b. Calculer  $V_{n+1}$  en fonction de  $V_n$ . En déduire que  $(V_n)$  est une suite arithmétique.

c. Exprimer  $V_n$  en fonction de  $n$ .

5- En déduire  $U_n$  en fonction de  $n$ .

6- On pose :  $S_{n,1} = V_0 + V_1 + \dots + V_{n-1} + V_n$  et  $S_{n,2} = U_0 + U_1 + \dots + U_n$

6-1 Calculer la somme  $S_{n,1}$  et  $S_{n,2}$

**Exercice6:** Soit la suite  $(u_n)$  définie par  $u_0 = 3$  et  $U_{n+1} = \frac{6U_n - 4}{U_n + 2}$

1- Calculer les termes  $u_1$  et  $u_2$ .

2- Montrer par récurrence que  $2 < U_n$ . ( $\forall n \in \mathbb{N}$ )

3- Etudie la monotonie de la suite  $U_n$ .

4- Soit la suite  $(V_n)$  telle que pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$ . On pose.  $V_n = \frac{2}{U_n - 2}$

a- Calculer  $V_0, V_1$  et  $V_2$

b- Calculer  $V_{n+1}$  en fonction de  $V_n$ . En déduire que  $(V_n)$  est une suite arithmétique.

c- Exprimer  $V_n$  en fonction de  $n$ .

d- En déduire  $U_n$  en fonction de  $n$ .

5- On pose :  $S_{n,1} = \frac{1}{U_0 - 2} + \frac{1}{U_1 - 2} + \dots + \frac{1}{U_n - 2}$  et  $S_{n,2} = V_0 + V_1 + \dots + V_n$

5-1 Calculer la somme  $S_{n,1}$  et  $S_{n,2}$

**Exercice7:**

Soit  $(U_n)_{n \geq 1}$  la suite arithmétique de raison 4 et de premier terme  $U_1 = -5$ .

Calculer la somme  $S = \sum_{k=1}^{25} (U_k + k)$ .