**WWW.Dyrassa.com**

 Logique mathématique

**Exercice 1:**Déterminer la valeur de vérité de chacune des propositions suivantes :

$P\_{1}: \frac{16}{5}=3,2$ **;** $P\_{2}: \frac{16}{3}=3,2$ **;** $P\_{3}: \frac{1}{\sqrt{5}-1}=\frac{\sqrt{5}+1}{4}$**;** $P\_{4}: \left|2-\sqrt{3}\right|=2+\sqrt{3}$

$P\_{5}: \left(1=2\right) et \left(\frac{1}{5}=\frac{5}{25}\right)$ **;** $P\_{6}: \left(1=2\right) et \left(\frac{1}{5}=\frac{5}{25}\right)$**;**$P\_{7}: \left(1=2\right)ou\left(\frac{1}{5}=\frac{5}{25}\right)$

$$P\_{8}: \left(\left|2-\sqrt{3}\right|=2+\sqrt{3}\right) ou \left(\frac{1}{5}=\frac{5}{25}\right)$$

$P\_{9}: \left(\frac{1}{\sqrt{5}-1}=\frac{\sqrt{5}+1}{4}\right)⟹\left(\frac{1}{5}=\frac{5}{25}\right)$ **;** $P\_{10}: \left(\frac{1}{\sqrt{5}-1}=\frac{\sqrt{5}+1}{4}\right) ⟹ \left(\left|2-\sqrt{3}\right|=2+\sqrt{3}\right)$

$P\_{11}: \left(\frac{1}{\sqrt{5}-1}=\frac{\sqrt{5}+1}{4}\right)⟺\left(\frac{16}{5}=3,2\right)$ **;** $P\_{12}: \left(\frac{16}{3}=3,2\right)⟺\left(\left|2-\sqrt{3}\right|=2+\sqrt{3}\right)$

[**1ére Bac**](https://www.maths-inter.ma/sysma/lycee/tronc-commun/)

**Exercice 2:**Donner la négation de chacune des propositions suivantes :

$P\_{1}: ∃ x\in R^{+} x^{3}=8$**;** $P\_{2}: ∀ x>0 \frac{1}{x}+x\geq 2$

$P\_{3}: ∃ a>0 ∃ b>0 2ab= \frac{1}{a}+\frac{1}{b}$ **;** $P\_{4}: ∃ x\in R^{\*}\left(x^{2}=5 ou x^{2}>10\right)$

$P\_{5}: ∀ x\in R^{\*}\left(\frac{1}{x}+x=2⟹x=1\right)$ **;** $P\_{6}: ∀ x\in R^{\*}\left(x^{2}=0 ⟺x=0\right)$

$P\_{7}: \left(1\leq 2\right) et \left(\frac{1}{5}=\frac{5}{25}\right)$ **;** $P\_{8}: \left(1=2\right) et \left(\frac{1}{5}=\frac{5}{25}\right)$

**;** $P\_{9}: \left(1=2\right) ou \left(\frac{1}{5}=\frac{5}{25}\right)$ **;** $P\_{10}: \left(\left|2-\sqrt{3}\right|=2+\sqrt{3}\right) ou \left(\frac{1}{5}=\frac{5}{25}\right)$

$P\_{11}: \left(\frac{1}{\sqrt{5}-1}=\frac{\sqrt{5}+1}{4}\right) ⟹ \left(\frac{1}{5}=\frac{5}{25}\right)$ **;** $P\_{12}: \left(\frac{1}{\sqrt{5}-1}=\frac{\sqrt{5}+1}{4}\right) ⟹ \left(\left|2-\sqrt{3}\right|=2+\sqrt{3}\right)$

$$P\_{13}:∀ (x,y)\in R\left(y+x\leq 1\right)⟹\left(x^{2}+y^{2}\leq 2\right)$$

$$P\_{14}: \left(\frac{16}{3}=3,2\right) ⟺ \left(\left|2-\sqrt{3}\right|=2+\sqrt{3}\right)$$

# Exercice 3 : Ecrire les propositions suivantes en utilisant des symboles logiques convenables :

# 1) (P) : « Pour tout entier naturel n, il existe un nombre réel t tel que la racine carrée de n est égale à t »

# 2) (Q) : « Pour tous nombres réel x et y , il existe un entier naturel p , tel que la somme des carrés de x et de y est égale au cube du nombre p »

# 3) (R) : « le système formé par les deux équations 3x - 2y = 5 et x + y = -3 admet au moins une solutions dans $IR^{2}$ » .

**WWW.Dyrassa.com**

# Exercice4: On considère les propositions suivantes :

# T : (*x**IR*) , $x<1 ⟹ x^{2}<1$ ; P : (*x**IR*) $ 3 x^{2}-4x+5 \leq 0$

# Donner la négation de T et P.

# Déduire que les propositions T et P sont fausse.

# Exercice5: En utilisant le raisonnement par la contraposée montrer que :

# $∀ \left(x,y\right)\in IR^{2}:\left[\left(y\ne x et x+y\ne 1\right)⟹\left(\sqrt{x^{2}-x+1}\ne \sqrt{y^{2}-y+1}\right)\right]$

# $∀ \left(x,y\right)\in IR^{2}:\left[\left(x\ne y et x×y\ne 1\right)⟹\left(\frac{x}{x^{2}+x+1}\ne \frac{y}{y^{2}+y+1}\right)\right]$

# $∀ \left(x,y\right)\in IR^{\*2}:\left[\left(x\ne y et x×y\ne 2\right)⟹\left(\frac{x^{2}+2}{x}\ne \frac{y^{2}+2}{y}\right)\right]$

# $∀ \left(x,y\right)\in IR^{2}:\left[\left(x\ne 1 et y\ne 1\right)⟹\left(xy+1\ne x+y\right)\right]$

# Exercice6: En utilisant raisonnement par les équivalences successives montrer que :

# $∀ x\in IR : \sqrt{x^{4}+3x^{2}+1}\geq x^{2}+1$

# $∀ x\in IR^{\*} : \frac{x+\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+1}\leq \sqrt{x}+3$

# $∀ x\in IR^{\*} : \frac{4x}{x^{2}+4}\leq 1$

# $∀ x\in IR\_{+}^{2} : 9x+4y\geq 12\sqrt{xy}$

# Exercice 7: En utilisant le raisonnement par récurrence montrer que :

# Le nombre$7^{n}-2^{n} $est divisible par 5 pour tout entier naturel n.

# Le nombre$3^{3n+2}-2^{n+2} $est divisible par 5 pour tout entier naturel n.

# $∀ x\in IΝ 1+11^{1}+11^{2}+…………+11^{n}= \frac{1}{10}\left(11^{n+1}-1\right)$

# $∀ x\in IΝ 1+7^{1}+7^{2}+…………+7^{n}= \frac{1}{6}\left(7^{n+1}-1\right)$

# $∀ x\in IΝ 5^{0}+5^{1}+5^{2}+…………+5^{n}= \frac{1}{4}\left(5^{n+1}-1\right)$

# Exercice 8: En utilisant le raisonnement cas par cas montrer que :

# $∀ n\in IN n+n^{2} est un nombre pair .$

# $∀ x\in IR \left|x-1\right|=x-1$.

# $∀ x\in IR \left|x-1\right|+\left|x+1\right|\geq 2$.

**WWW.Dyrassa.com**