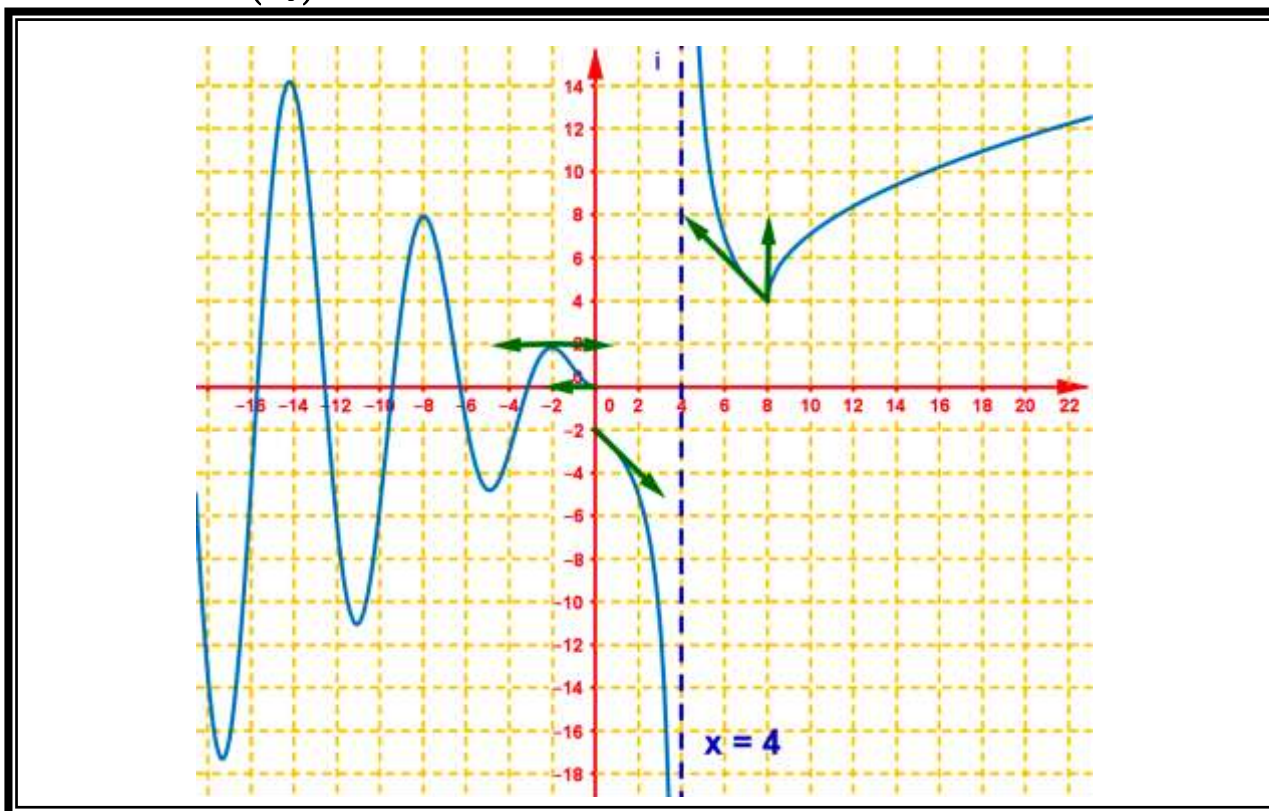


**1.**

La figure ci-contre représente  $(C_f)$  la courbe représentative de la fonction  $f$  dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .



**1.** En déduire graphiquement les limites suivantes :

**a.**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  et  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} f(x)$  et  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x)$ .

**b.**  $\lim_{x \rightarrow 8} f(x)$  et  $\lim_{\substack{x \rightarrow 4 \\ x < 0}} f(x)$  et  $\lim_{\substack{x \rightarrow 4 \\ x > 0}} f(x)$

**2.** Que peut-on dire de la limite de  $f$  au voisinage de  $-\infty$ .

**3.** ..

**a.** Etudier graphiquement la continuité à droite de  $x_0 = 0$ .

**b.** Etudier graphiquement la continuité à gauche de  $x_0 = 0$ .

**c.** Est-ce que la fonction  $f$  est continue en  $x_0 = 0$ .

**4.** ..

**a.** Est-ce que la fonction  $f$  est dérivable à droite de  $x_0 = 0$ .

**b.** Est-ce que la fonction  $f$  est dérivable à gauche de  $x_0 = 0$ .

**c.** Est-ce que la fonction  $f$  est dérivable en  $x_0 = 0$ .

**d.** Donner le nombre dérivé à gauche de  $x_0 = 0$ .

**e.** Donner  $f'(-2)$ .

**f.** Donner l'équation réduite de la tangente en  $x_0 = -2$ .

**g.** Donner l'équation réduite de la demi tangente à gauche  $x_0 = 0$ .

**4.** .. On considère  $g$  la restriction de la fonction  $f$  sur  $I_1 = [2, +\infty[$  .

**a.** Montrer que la restriction  $g$  admet une fonction réciproque  $g^{-1}$  définie sur l'intervalle  $J_1$  dont le déterminera .

**b.** Construire dans le même repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  la courbe représentative  $(C_{g^{-1}})$  de la fonction  $g^{-1}$  puis construire la demie tangente à droite de  $x_0 = 4$  à la courbe  $(C_{g^{-1}})$

**5.** .. On considère  $h$  la restriction de la fonction  $f$  sur  $I_2 = ]0, 4[$  .

**a.** Montrer que la restriction  $h$  admet une fonction réciproque  $h^{-1}$  définie sur l'intervalle  $J_2$  dont le déterminera .

**b.** Construire dans le même repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  la courbe représentative  $(C_{h^{-1}})$  de la fonction  $h^{-1}$  .

## 2.

Calculer  $f'(x)$  la fonction dérivée de la fonction  $f$  pour chaque fonction  $s$  suivante :

**1.**  $f(x) = 5x^3 - 7x^2 + \frac{7}{5}x + 9$  et  $f(x) = \frac{2}{x} + \frac{3x^2 + 1}{x}$  et  $f(x) = \frac{7x + 2}{3 - x}$  et  $f(x) = (5x + 1)^4$  .

**2.**  $f(x) = \sqrt{x} + 3x$  et  $f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 6}$  et  $f(x) = x^3 \sqrt{4x + 1}$  et  $f(x) = \sqrt{x + 2} \times (5x - 3)^4$

$f(x) = \frac{x + \sqrt{x}}{x + 2}$  et  $f(x) = \sqrt{\frac{3x - 5}{2 - x}}$  et  $f(x) = \frac{x + 2}{\sqrt{x + 7}}$  .

**3.**  $f(x) = \sin(5x + 2)$  et  $f(x) = \sin^3(x)$  et  $f(x) = \sin 2x \cos 3x$  et  $f(x) = \tan(3x)$  et  $f(x) = x^2 + 3 \sin x$

**4.**  $f(x) = \sqrt[5]{x}$  et  $f(x) = \sqrt[3]{x^{11}}$  et  $f(x) = \sqrt[5]{x^2 - 7x + 12}$  et  $f(x) = (x^2 - 7x + 12)^{\frac{2}{5}}$  .

## 3.

Etudier la dérivabilité de la fonction  $f$  au point  $x_0$  :

### 1.

**a.**  $x_0 = 1$  avec  $\begin{cases} f(x) = \frac{|x| \sqrt{x^2 - 2x + 1}}{x - 1} \\ f(0) = 1 \end{cases}$  .

**b.**  $x_0 = 0$  avec  $\begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{x + 1} - \sqrt{1 - x}}{x} \\ f(0) = 0 \end{cases}$  .

**c.**  $x_0 = 1$  avec  $\begin{cases} f(x) = \sqrt[3]{7x + 1}, x < 0 \\ f(x) = \frac{3x^2 + 1}{x + 1}, x \geq 0 \end{cases}$  .



2. On considère la fonction numérique  $f$  définie par :

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{9}{2} & ; x \leq 3 \\ \frac{x}{x-2} & ; x > 3 \end{cases}$$

- Calculer  $f'(x)$  pour tout  $x$  de  $]-\infty, 3[$  puis déduire le nombre dérivé en  $x_0 = 2$ .
- Donner la fonction affine approximative de la fonction  $f$  en  $x_0 = 2$ .
- En déduire une valeur approchée du nombre  $f(1,999)$ .
- Etudier la dérivabilité à gauche de  $f$  au point  $x_0 = 3$  puis interpréter le résultat graphiquement.
- Donner l'équation réduite de la tangente à la courbe représentative de  $f$  au point  $A(3, f(3))$ .

3. On considère la fonction numérique  $f$  définie par :  $f(x) = \sqrt[3]{1-x^2}$

- Etudier la dérivabilité en  $x_0 = 0$ .
- Donner la fonction affine approximative de la fonction  $f$  en  $x_0 = 0$ .
- En déduire une valeur approchée du nombre  $f(0,01)$ .

4.

On considère la fonction numérique  $f$  définie sur  $[0;1]$  par :  $f(x) = \sqrt{x(1-x)}$ .

- Etudier la dérivabilité à gauche de  $f$  au point  $x_0 = 1$  puis interpréter le résultat graphiquement.
- Etudier la dérivabilité droite de  $f$  au point  $x_0 = 0$  puis interpréter le résultat graphiquement.

5.

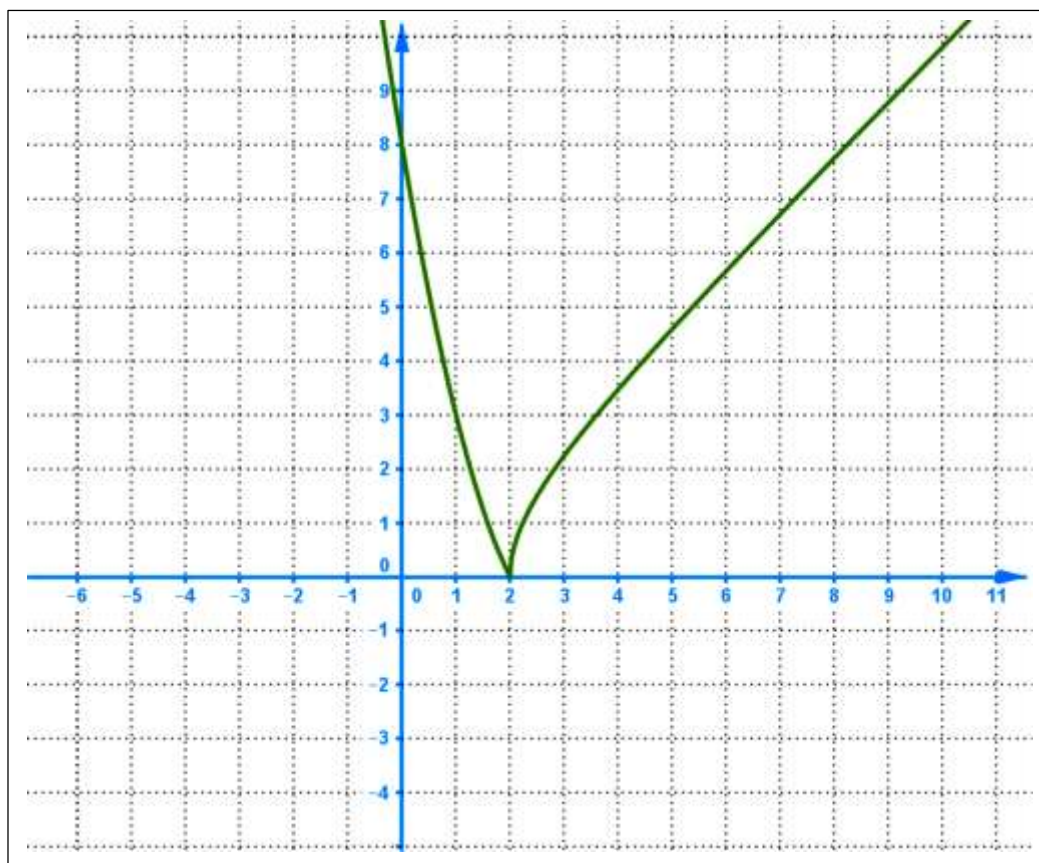
On considère la fonction numérique  $f$  définie par :

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 - 4} & ; x \geq 2 \\ x^2 - 6x + 8 & ; x < 2 \end{cases}$$

- Vérifier que : la fonction numérique  $f$  est définie sur  $\mathbb{R}$ .
- ..
  - Calculer :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .
  - Etudier la continuité de  $f$  au point  $x_0 = 2$ .
- ..
  - Etudier la dérivabilité à gauche de  $f$  au point  $x_0 = 2$  puis interpréter le résultat graphiquement.
  - Calculer :  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(x)}{x-2}$  puis interpréter le résultat graphiquement.
  - Est-ce que la fonction  $f$  est dérivable en  $x_0 = 2$ .
- ..
  - Pourquoi la fonction  $f$  est-elle dérivable sur l'intervalle  $]2, +\infty[$ .
  - Sur l'intervalle  $]2, +\infty[$  calculer  $f'(x)$  et déterminer les variations de  $f$ .

5. ..

- a.** Pourquoi la fonction  $f$  est-elle dérivable sur l'intervalle  $]-\infty, 2[$ .
- b.** Sur l'intervalle  $]-\infty, 2[$  calculer  $f'(x)$  et déterminer les variations de  $f$ .
- c.** Dresser le tableau de variations de la fonction  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .
- 6.** Donner l'équation de la tangente à  $(C_f)$  au point  $x_1 = 1$ .
- 7.** On considère  $g$  la restriction de la fonction  $f$  sur  $I = [2, +\infty[$ .
- a.** Montrer que la restriction  $g$  admet une fonction réciproque  $g^{-1}$  définie sur l'intervalle  $J$  dont le déterminera.
- b.** Déterminer  $g^{-1}(x)$  pour tout  $x$  de  $J$ .
- c.** la figure suivante représente la courbe représentative de la fonction  $f$  Construire dans le même repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  la courbe représentative  $(C_{g^{-1}})$  de la fonction  $g^{-1}$ .



8. ..

- a.** Démontrer que l'équation  $x \in ]-\infty, 2[ : f(x) = 3$  admet une unique puis on déterminera graphiquement.
- b.** Démontrer que l'équation  $x \in [2, +\infty[ : f(x) = 3$  admet une unique puis solution  $\alpha$  dont on précisera dans le quel un intervalle  $]a, b[$  avec  $a$  et  $b$  sont deux entiers naturels et  $b - a = 1$  ?  
Note : dans cette question on ne demande pas de résoudre cette équation.
- c.** En déduire les solutions de l'équation  $x \in \mathbb{R} : f(x) = 3$ .

**6.**

On considère la fonction numérique  $f$  définie par :  $f(x) = -x + \sqrt{x^2 - x}$  .

**1.** Déterminer  $D_f$  le domaine de définition de la fonction  $f$  .

**2.** ..

**a.** Calculer :  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  .

**b.** Calculer :  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$  .

**3.** ..

**a.** Etudier la dérivabilité à gauche de  $f$  au point  $x_0 = 0$  puis interpréter le résultat graphiquement .

**b.** Calculer :  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x)}{x-1}$  puis interpréter le résultat graphiquement .

**4.** ..

**a.** Montrer que : pour tout  $x$  de  $]-\infty, 0[$   $f'(x) = -1 + \frac{2x-1}{2\sqrt{x^2-x}}$  puis déterminer son signe sur  $]-\infty, 0[$  .

**b.** Calculer  $f'(x)$  pour tout  $x$  de  $]1, +\infty[$  puis déterminer son signe sur  $]1, +\infty[$  .

**c.** Dresser le tableau de variations de la fonction  $f$  sur  $D_f$  .

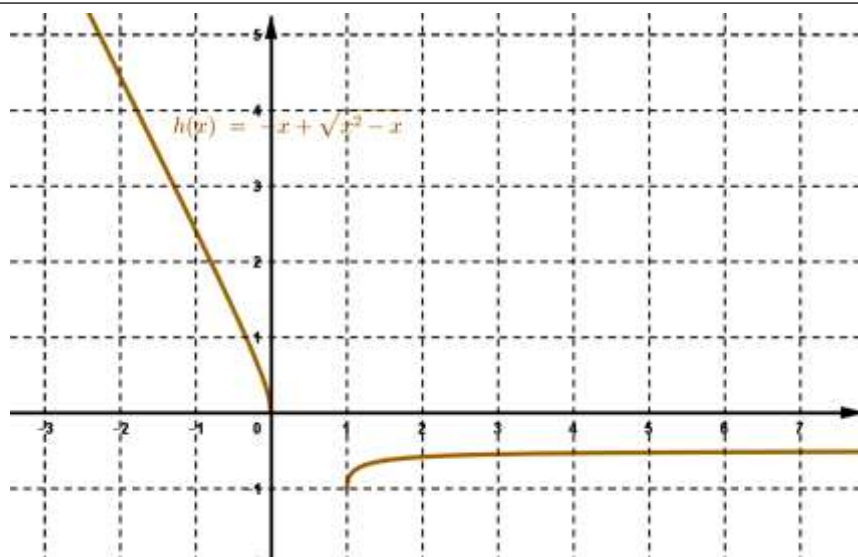
**5.** ..Soit  $g$  la restriction de la fonction  $f$  à l'intervalle  $]-\infty, 0]$  .

**a.** Montrer que la restriction  $g$  admet une fonction réciproque  $g^{-1}$  définie sur l'intervalle  $J$  qu'on déterminera .

**b.** Calculer :  $g(2)$  et  $(g^{-1})'(-2 + \sqrt{2})$  .

**c.** Expliciter  $g^{-1}(x)$  .

**d.** La figure ci-contre représente la courbe représentative de  $f$  dans un repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  . Tracer de 2 cm la courbe représentative de  $g^{-1}$



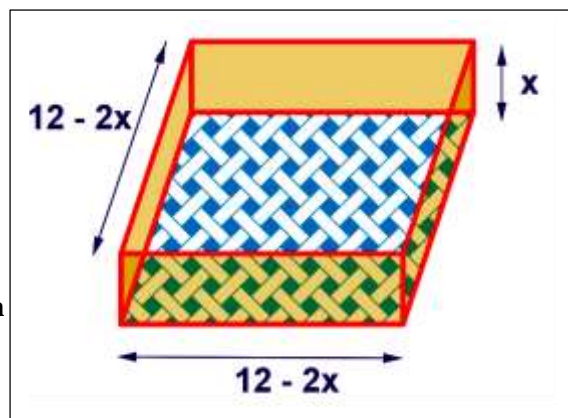


7.

On considère la fonction numérique  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = 4x^3 - 48x^2 + 144x$ .

1. ..

- Calculer  $f'(x)$  pour tout  $x$  de  $\mathbb{R}$ .
- déterminer son signe sur  $\mathbb{R}$ .
- Dresser le tableau de variations de la fonction  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .
- Dresser le tableau de variations de la fonction  $f$  sur  $[0, 20]$ .



2. Un fabricant des boîtes en carton envisage la production de boîtes de pâtisseries de forme parallélépipédique rectangle tel que chaque boîte :

- Sa hauteur est de longueur  $x$  cm ( avec  $0 < x < 6$  ).
- Sa base est de la forme d'un carré dont la longueur du coté est :  $12 - 2x$  cm.

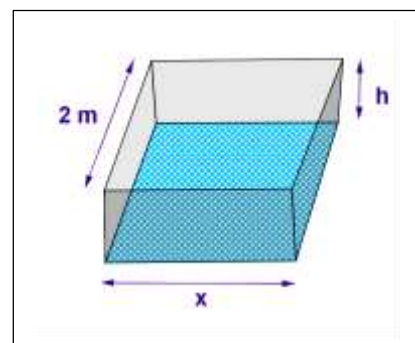
- Vérifier que :  $V(x)$  le volume de chaque boîte en fonction de  $x$  est :  $V(x) = 4x^3 - 48x^2 + 144x$ .
- Donner la valeur de  $x$  qui correspond à une volume maximale

8.

On considère la fonction numérique  $f$  définie sur  $\mathbb{R}^* = \mathbb{R} \setminus \{0\}$  par :  $f(x) = 2x + 4 + \frac{8}{x}$ .

1. ..

- Calculer  $f'(x)$  pour tout  $x$  de  $\mathbb{R}^*$ .
- déterminer son signe sur  $\mathbb{R}^*$ .
- Dresser le tableau de variations de la fonction  $f$  sur  $\mathbb{R}^*$ .
- Dresser le tableau de variations de la fonction  $f$  sur  $[0, 5; 4]$ .
- Donner l'équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction  $f$  au point  $x_0 = 1$



On se propose de construire un réservoir en tôle de forme parallélépipédique rectangle dont le volume intérieur soit  $4 \text{ m}^3$  ( mètre cube ) .le nombre  $h$  est la mesure de la hauteur de ce parallélépipède rectangle et sa base a un coté mesure  $x$  m et l'autre pour longueur  $2$  m.

2. Dédire des informations données , une relation entre  $h$  et  $x$ .

- Montrer que : la somme des aires des faces du parallélépipède rectangle ( sans le couvercle ) en fonction de  $x$  s'écrit:  $S(x) = 2x + 4 + \frac{8}{x}$ .
- Déterminer les valeurs de  $x$  et de  $h$  qui correspondent à une aire minimale .

9.

On considère la fonction numérique  $f$  définie sur  $\mathbb{R}^{+*} = ]0, +\infty[$  par :  $f(x) = 0,06x + \frac{150}{x}$ .

- Calculer  $f'(x)$  pour tout  $x$  de  $]0, +\infty[$ .
- déterminer son signe sur  $]0, +\infty[$ .



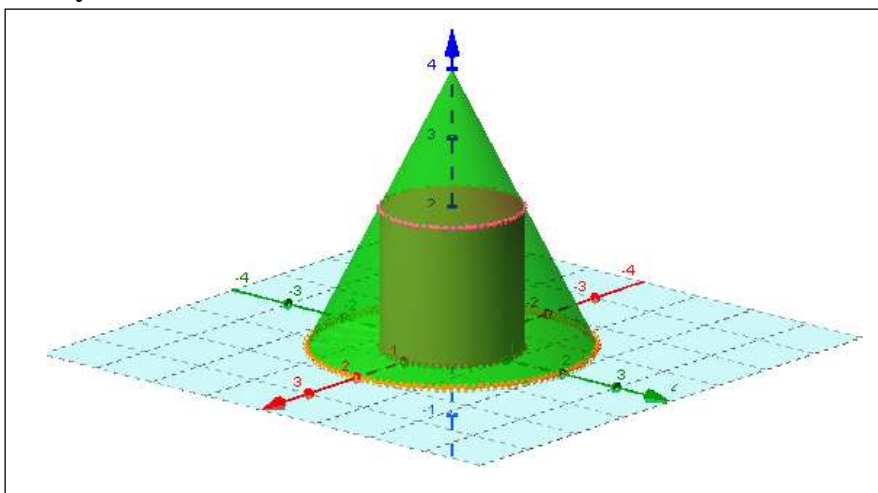
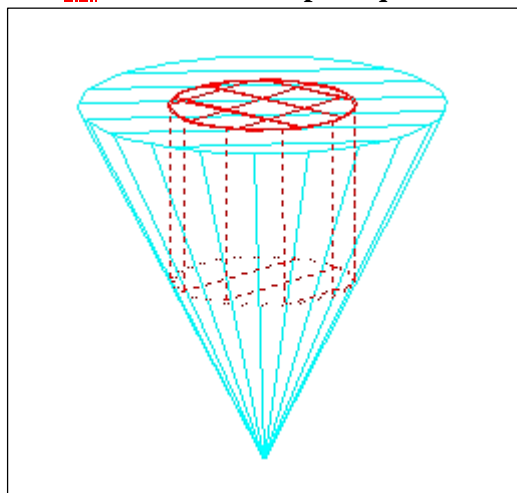
- 3.** Dresser le tableau de variations de la fonction  $f$  ]0,+∞[ .
- 4.** Dresser le tableau de variations de la fonction  $f$  sur [10,130] .
- 5.** La consommation  $C$  d'un véhicule peut s'exprimer en fonction de la vitesse  $\mathcal{V}$  , pour une vitesse comprise entre 10 km/h et 130 km/h , par l'expression suivante :  $C(\mathcal{v}) = 0,06\mathcal{v} + \frac{150}{\mathcal{v}}$  .
- 6.** A quelle vitesse faut-il rouler pour que la consommation soit minimale ?

**10.**

Un cylindre de révolution de rayon  $x$  cm est inscrit dans un cône de révolution de rayon 10 cm et de hauteur 30 cm . le volume de ce cylindre , exprimé en  $\text{cm}^2$  , est donné par la formule suivante :

$$V(x) = 30\pi x^2 \left(1 - \frac{x}{10}\right) \text{ où } 0 \leq x \leq 10$$

- 1.** Déterminer :  $x$  pour que le volume du cylindre soit maximale .

**11.**

Le nombre d'accident est donné par  $A(r) = 20000 - 10r^2$  ; c'est la fonction de cout .l'optimisation serait la recherche du nombre d'accident minimum  $A_{\min}$  et le nombre de radar  $r_{\text{opt}}$  qui permet d'attendre ce minimum.