

التمرين الرابع

1) Soit f une fonction dérivable en a .
calculer la limite $\lim_{x \rightarrow a} \frac{xf(a) - af(x)}{x - a}$

2) soit f une fonction dérivable au point $a = 2$
Telle que $f(2) = 0$ et $f'(2) = 3$.
Calculer les limites

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(\sqrt{x+2})}{x-2} \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f\left(\sin\left(\frac{\pi x}{4}\right)\right)}{x-2}$$

التمرين الخامس

On pose $I = \left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}\right]$ et soient x et y deux éléments de I tels que $x < y$

1) montrer que :

$$\frac{\sqrt{2}}{2}(y-x) \leq \sin y - \sin x \leq \frac{\sqrt{3}}{2}(y-x)$$

2) déduire que $\frac{\sqrt{2}}{12} \leq \frac{\sqrt{2}-1}{\pi} \leq \frac{\sqrt{3}}{12}$

التمرين السادس

Soit f une fonction continue sur $[0,1]$; dérivable sur $] -2,1[$ telle que $f(0) = f(1) = f'_d(0) = 0$

montrer que : $(\exists c \in]0,1[) f'(c) = \frac{f(c)}{c}$

التمرين السابع

1) soit f une fonction deux fois dérivable sur l'intervalle $[a,b]$
montrer qu'il existe un nombre c de $]a,b[$ tel que

$$f(b) = f(a) + (b-a)f'(a) + \frac{(b-a)^2}{2} f''(c)$$

2) soit f une fonction deux fois dérivable sur l'intervalle $[a,b]$
montrer qu'il existe un nombre d de $]a,b[$ tel que

$$\frac{f(c) - f(a)}{c-a} - \frac{f(b) - f(a)}{b-a} = \frac{c-b}{a} f''(d)$$

manti.1s.fr

التمرين الأول

Etudier la dérivabilité de f au point a dans chacune des cas suivantes

- 1) $\begin{cases} f(x) = x^2 \cos\left(\frac{1}{x}\right) ; x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$ et $a = 0$
- 2) $\begin{cases} f(x) = \sin^2 x E\left(\frac{1}{x}\right) ; x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$ et $a = 0$
- 3) $\begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 2x + 1}}{x-1} ; x \neq 1 \\ f(1) = 1 \end{cases}$ et $a = 1$
- 4) $\begin{cases} f(x) = |x^2 - x| ; x < 0 \\ f(0) = x\sqrt{x} ; x \geq 0 \end{cases}$ et $a = 0$

التمرين الثاني

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R}^+ par :

$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{x} & ; 0 \leq x < 1 \\ f(x) = ax^2 + bx + 1 & ; x \geq 1 \end{cases}$$

- 1) déterminer la relation entre a et b pour que f soit continue sur \mathbb{R}^+
- 2) déterminer a et b pour que f soit dérivable sur \mathbb{R}^+

التمرين الثالث

Calculer la dérivée de f dans chacune des cas suivantes :

- 1) $f(x) = \frac{(x+1)^3}{x^2}$
- 2) $f(x) = \frac{\sin x}{1 - \cos x}$
- 3) $f(x) = (1 + \sin(2x))^3$
- 4) $f(x) = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt[3]{x}+2}$
- 5) $f(x) = \tan^2\left(\frac{\pi}{2}x\right)$
- 6) $f(x) = \tan(\sin x)$
- 7) $f(x) = \sqrt{x + \sqrt[3]{3x}}$
- 8) $f(x) = \sin\left(\arctan\left(\pi\sqrt{x}\right)\right)$