
QCM DE MATHÉMATIQUES

Répondre en cochant la ou les cases correspondant à des assertions vraies
(et seulement celles-ci).

Ensembles, applications | 30

1 Ensembles, applications | Facile |

Question 1

Soit $A = \{x \in \mathbb{R} \mid (x + 8)^2 = 9^2\}$. Sous quelle forme peut-on encore écrire l'ensemble A ?

- $A = \{1\}$
- $A = \emptyset$
- $A = \{-17\}$
- $A = \{1, -17\}$

Question 2

Soit $E = \{a, b, c\}$. Quelle écriture est correcte ?

- $\{a\} \in E$
- $a \subset E$
- $a \in E$
- $\{a, b\} \in E$

Question 3

Soit $A = \{1, 2\}$, $B = \{\{1\}, \{2\}\}$ et $C = \{\{1\}, \{1, 2\}\}$. Cochez la bonne réponse :

- $A = B$
- $A \subset B$
- $A \in C$
- $A \subset C$

Question 4

Soit $A = [1, 3]$ et $B = [2, 4]$. Quelle est l'intersection de A et B ?

- $A \cap B = \emptyset$
- $A \cap B = [2, 3]$
- $A \cap B = [1, 4]$
- $A \cap B = A$

Question 5

Soit $A = [-1, 3]$ et $B = [0, 4]$. Cochez la bonne réponse :

- $A \cup B = \emptyset$
- $A \cup B = [0, 3]$
- $A \cup B = [-1, 0]$
- $A \cup B = [-1, 4]$

Question 6

Soit $A = \{a, b, c\}$ et $B = \{1, 2\}$. Cochez la bonne réponse :

- $\{a, 1\} \in A \times B$
- $\{(a, 1)\} \in A \times B$
- $(a, 1) \in A \times B$
- $\{a, 1\} \subset A \times B$

Question 7

On désigne par C_n^k le nombre de choix de k éléments parmi n . Combien fait $\sum_{k=0}^{100} (-1)^k C_{100}^k$?

- 100
- 0
- 101
- 5000

Question 8

On désigne par C_n^k le nombre de choix de k éléments parmi n . Combien fait $\sum_{k=0}^{10} C_{10}^k$?

- 10
- 100
- 1024
- 50

Question 9

On considère l'application $f : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$ définie par

$$f(1) = 2, \quad f(2) = 3, \quad f(3) = 4, \quad f(4) = 2.$$

Quelle est la bonne réponse ?

- $f^{-1}(\{2\}) = \{1\}$
- $f^{-1}(\{2\}) = \{3\}$
- $f^{-1}(\{2\}) = \{4\}$
- $f^{-1}(\{2\}) = \{1, 4\}$

Question 10

On considère l'application $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ définie par

$$\forall n \in \mathbb{N}, f(n) = n + 1.$$

Quelle est la bonne réponse ?

- f est surjective et non injective.
- f est injective et non surjective.
- f est bijective.
- f n'est ni injective ni surjective.

2 Ensembles, applications | Moyen |

Question 11

Soit A et B deux ensembles. L'écriture $A \subsetneq B$ signifie que A est inclus dans B et que $A \neq B$. On suppose que $A \cap B = A \cup B$. Que peut-on dire de A et B ?

- $A \subsetneq B$
- $B \subsetneq A$
- $A \neq B$
- $A = B$

Question 12

Soit A une partie d'un ensemble E telle que $A \neq E$. On note \bar{A} le complémentaire de A dans E . Quelles sont les bonnes réponses ?

- $A \cap \bar{A} = E$
- $A \cap \bar{A} = \emptyset$
- $A \cup \bar{A} = E$
- $A \cup \bar{A} = A$

Question 13

Soient A, B deux parties d'un ensemble E . On note \bar{A} le complémentaire de A dans E . Quelle est la bonne réponse ?

- $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cup \bar{B}$
- $\overline{A \cup B} = A \cap B$
- $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$
- $A \cup B = \overline{\bar{A} \cap \bar{B}}$

Question 14

Soient A, B deux parties d'un ensemble E . On note \bar{A} le complémentaire de A dans E . Quelle est la bonne réponse ?

- $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cap \bar{B}$
- $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$
- $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup B$
- $\overline{A \cap B} = A \cap B$

Question 15

Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on pose $E_n = \{1, 2, \dots, n\}$. On note $\mathcal{P}(E_n)$ l'ensemble des parties de E_n . Quelles sont les bonnes réponses ?

- $\mathcal{P}(E_2) = \{\{1\}, \{2\}\}$
- $\mathcal{P}(E_2) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, E_2\}$
- $\text{Card}(\mathcal{P}(E_n)) = n$
- $\text{Card}(\mathcal{P}(E_n)) = 2^n$

Question 16

On considère l'application $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ définie par

$$\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = x^2 + 1.$$

Quelle est la bonne réponse ?

- $f(\mathbb{R}) = \mathbb{R}$
- $f(\mathbb{R}) = [0, +\infty[$
- $f(\mathbb{R}) =]1, +\infty[$
- $f(\mathbb{R}) = [1, +\infty[$

Question 17

On considère l'application $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ définie par

$$\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = x^2 + 1.$$

Quelles sont les bonnes réponses ?

- $f^{-1}([1, 5]) = [-2, 2]$
- $f^{-1}([0, 5]) = [-2, 2]$
- $f^{-1}([1, 5]) = [0, 2]$
- $f^{-1}([0, 5]) = [0, 2]$

Question 18

On considère l'application $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ définie par

$$\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = \cos(\pi x).$$

Quelles sont les bonnes réponses ?

- $f(\{0, 2\}) = \{1\}$
- $f(\{0, 2\}) = \{0\}$
- $f([0, 2]) = [1, 1]$
- $f([0, 2]) = [-1, 1]$

Question 19

On considère l'application $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ définie par

$$f(x, y) = x^2 + y^2.$$

Quelles sont les bonnes réponses ?

- $f^{-1}(\{0\}) = \{(0, 0)\}$
- $f^{-1}(\{1\}) = \{(1, 0)\}$
- $f^{-1}(\{0\}) = \{(0, 1)\}$
- $f^{-1}(\{1\})$ est le cercle de centre $(0, 0)$ et de rayon 1

Question 20

On considère l'application $f : \mathbb{R} \setminus \{2\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{1\}$ définie par

$$\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}, f(x) = \frac{x+1}{x-2}.$$

Quelle est la bonne réponse ?

- f n'est pas bijective.
- f est bijective et $f^{-1}(x) = \frac{x-2}{x+1}$.
- f est bijective et $f^{-1}(x) = \frac{2x+1}{x-1}$.
- f est bijective et $f^{-1}(x) = \frac{-x+1}{-x-2}$.

3 Ensembles, applications | Difficile |

Question 21

Soit $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 2x - y = 1\}$ et $B = \{(t+1, 2t+1) \mid t \in \mathbb{R}\}$.

Que peut-on dire de A et B ?

- $A \subsetneq B$
- $B \subsetneq A$
- $A \neq B$
- $A = B$

Question 22

Soient E et F deux ensembles non vides et f une application de E dans F . Soient A, B deux sous-ensembles de E . Quelles sont les bonnes réponses ?

- $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$
- $f(A \cup B) \subsetneq f(A) \cup f(B)$

- $f(A \cap B) = f(A) \cap f(B)$
- $f(A \cap B) \subset f(A) \cap f(B)$

Question 23

Soient E et F deux ensembles non vides et f une application de E dans F . Soit A un sous-ensemble de E . Quelles sont les bonnes réponses ?

- $A = f^{-1}(f(A))$
- $A \subset f^{-1}(f(A))$
- $f^{-1}(f(A)) \subset A$
- $f^{-1}(f(A)) = E \setminus A$

Question 24

Soient E et F deux ensembles non vides et f une application de E dans F . Soit B un sous-ensemble de F . Quelles sont les bonnes réponses ?

- $B = f(f^{-1}(B))$
- $B \subset f(f^{-1}(B))$
- $f(f^{-1}(B)) \subset B$
- $f(f^{-1}(B)) = F \setminus B$

Question 25

Soit E un ensemble et $A \subset E$ avec $A \neq E$. Comment choisir $X \subset E$ de sorte que

$$A \cap X = A \quad \text{et} \quad A \cup X = E ?$$

- $X = A$
- $X = E$
- $X = \emptyset$
- X n'existe pas

Question 26

Soit E un ensemble et $A \subset E$ avec $A \neq E$. On note \bar{A} le complémentaire de A dans E . Comment choisir $X \subset E$ de sorte que

$$A \cap X = \emptyset \quad \text{et} \quad A \cup X = E ?$$

- $X = A$
- $X = E$
- $X = \emptyset$
- $X = \bar{A}$

Question 27

Soit E un ensemble à n éléments et $a \in E$. On note $\mathcal{P}_a(E)$ l'ensemble des parties de E qui contiennent a . Quel est le cardinal de $\mathcal{P}_a(E)$?

- Card($\mathcal{P}_a(E)$) = $n - 1$
- Card($\mathcal{P}_a(E)$) = n
- Card($\mathcal{P}_a(E)$) = 2^{n-1}
- Card($\mathcal{P}_a(E)$) = 2^n

Question 28

On note C_n^k le nombre de choix de k éléments parmi n . Combien fait $\sum_{k=0}^{100} (-1)^k 2^{-k} C_{100}^k$?

- 0
- 2^{-100}
- 2^{100}
- 100

Question 29

Soit E un ensemble à n éléments et $A \subset E$ une partie à $p < n$ éléments. On note $\mathcal{H}(E)$ l'ensemble des parties de E qui contiennent un et un seul élément de A . Quel est le cardinal de $\mathcal{H}(E)$?

- Card($\mathcal{H}(E)$) = $p2^{n-p}$
- Card($\mathcal{H}(E)$) = p
- Card($\mathcal{H}(E)$) = $p2^p$
- Card($\mathcal{H}(E)$) = $p2^n$

Question 30

Soit $f : [-1, 1] \rightarrow [-1, 1]$ l'application définie par

$$\forall x \in [-1, 1], f(x) = \frac{2x}{1+x^2}.$$

Quelle sont les bonnes réponses ?

- f est injective mais non surjective.
- f est surjective mais non injective.
- f n'est ni injective ni surjective.
- f est bijective et $f^{-1}(x) = \frac{x}{1 + \sqrt{1-x^2}}$.