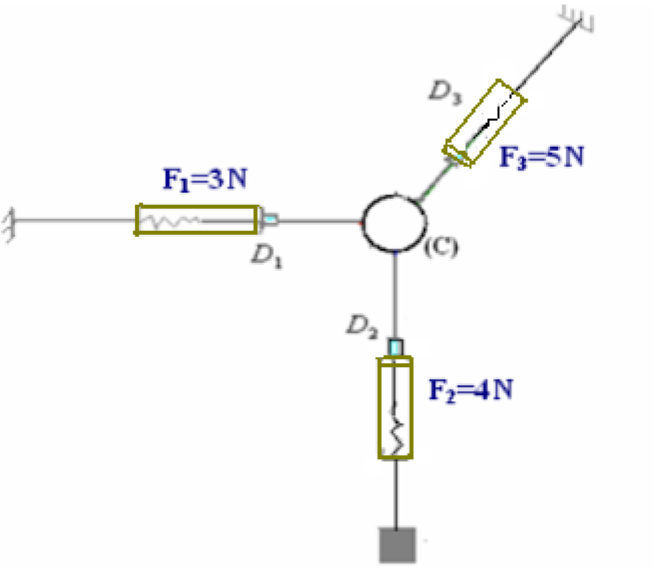
Equilibre d'un corps sous l'action de trois forces

I Etude de l'équilibre d'un corps soumis à l'action de trois forces non parallèles.

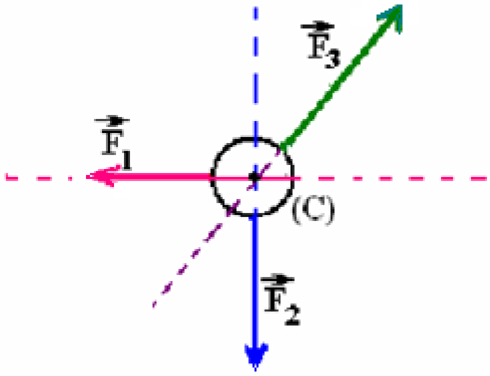
1) Expérience:

On réalise le montage suivant:



L'anneau de poids P=0,1N est maintenu en équilibre à l'aide de trois fils liés à des dynamomètre comme l'indique la figure, le poids de l'anneau est négligeable devant les intensités des trois forces, donc l'anneau est en équilibre sous l'action de trois forces $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$ et $\vec{F_3}$.

En utilisant une lampe on projette l'ombre des trois fils sur une feuille de papier blanche qu'on fixe derrière l'anneau et on obtient les directions des trois forces puis on représente ces forces avec une même échelle: $1cm \rightarrow 2N$



2) Observations:

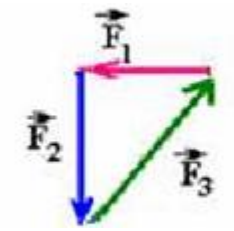
- Les lignes d'action des trois forces se trouvent dans le même plan : on dit qu'elles sont **coplanaires.**
- Les lignes d'action des trois forces se coupent en un même point : on dit qu'elles sont **concourantes**.

3) Relation entre les vecteurs forces:

a) Méthode graphique(ligne polygonale)

On trace le polygone des trois forces qu'on obtient en traçant le deuxième vecteur force à l'extrémité du premier et le troisième à l'extrémité du deuxième tout en respectant les mêmes longueurs et le parallélisme avec la direction de chaque force.

La ligne polygonale des trois forces

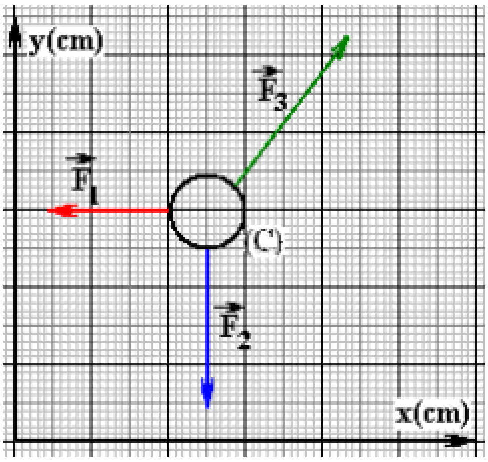


On obtient une ligne polygonale fermé

$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}$ **Le polygone des trois forces est fermé traduit graphiquement la relation vectorielle :**

b) Méthode analytique (projection):

Dans un repère orthonormé déterminons les coordonnées de chaque force (l'échelle étant : $1cm \rightarrow 2N$)



$\vec{F}_3\begin{pmatrix} F_{3x} = 3 \\ F_{3y} = 4 \end{pmatrix}$; $\vec{F}_2\begin{pmatrix} F_{2x} = 0 \\ F_{2y} = -4 \end{pmatrix}$; $\vec{F}_1\begin{pmatrix} F_{1x} = -3 \\ F_{1y} = 0 \end{pmatrix}$

On constate que: $F_{1x}+F_{2x}+F_{3x}=0$

$F_{1y}+F_{2y}+F_{3y}=0$

Donc: $\boxed{\vec{F}_1+\vec{F}_2+\vec{F}_3=\vec{0}}$

4) Conditions d'équilibre:

Lorsqu'un corps solide soumis à l'action de trois forces non parallèles est en équilibre:

-Les droites d'action de ces trois forces sont coplanaires et concourantes.

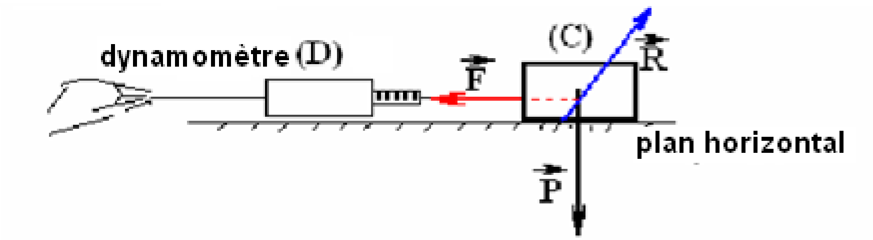
-La somme vectorielle des trois forces est nulle : $\Sigma\vec{F}=\vec{0}$

$\vec{F}_1+\vec{F}_2+\vec{F}_3=\vec{0}$ ≡ Le polygone des trois forces est fermé.

II Forces de frottement:

1)Expérience:

Sur un plan horizontal, on place une boite en bois sur laquelle on exerce à l'aide d'un dynamomètre une force $\vec{F}$ comme l'indique la figure suivante:



On constate le corps reste en équilibre tend que la force $\vec{F}$ et inférieure à une valeur minimale $\vec{F}_m$.

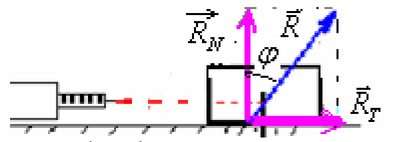
2) Angle de frottement –coefficient de frottement :

La réaction $\vec{R}$ du plan n'est pas perpendiculaire au plan, elle forme un angle φ avec la normale qu'on appelle angle de frottement.

On peut décomposer la réaction $\vec{R}$ en deux composantes:

- Une composante normale : $\vec{R}_N$

-Une composante tangentielle: $\vec{R}_T$



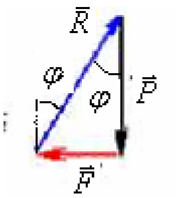
$\tan\varphi=\dfrac{R_T}{R_N}$ ⇒ L'angle de frottement $\varphi=\tan^{-1}\left(\dfrac{R_T}{R_N}\right)$

Le coefficient de frottement : $k=\tan\varphi$

Remarque : La composante tangentielle $\vec{R}_T$ de la réaction $\vec{R}$ s'appelle force de frottement qu'on note : $\vec{f}$

3) Angle de frottement statique:

Le corps C est en équilibre sous l'action de trois forces $\vec{F}$, $\vec{P}$ et $\vec{R}$ donc $\vec{F}+\vec{P}+\vec{R}=\vec{0}$ Donc le polygone des trois :forces est fermé.



A cause du frottement le corps C reste en équilibre tend que la force $\vec{F}$ et inférieure à une valeur minimale $\vec{F}_m$.

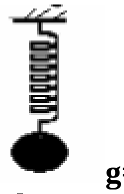
- Pour $F<F_m$: le corps C est en équilibre $(\varphi<\varphi_o)$, φ_o : C'est l'angle de frottement statique.
- Pour $F>F_m$: le corps C est en mouvement $(\varphi>\varphi_o)$

Le coefficient de frottement statique est : $k_o=\tan\varphi_o$

III Exercices d'application :

1)Exercice n°1:

1) Une boule S de masse m=100g suspendue à l'extrémité d'un ressort de constante de raideur K=25N/m.

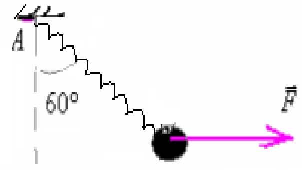


g=10N/m.

1-1- Faites le bilan des forces qui s'exercent sur le corps S.

1-2- Sachant que le corps S est en équilibre, déterminer les caractéristiques de la force exercée par le ressort sur le corps S , puis en déduire l'allongent du ressort à l'équilibre.

2) On exerce sur la boule S une force horizontale , le système{boule+ ressort } à l'équilibre forme un angle $\alpha = 30^o$ avec l'horizontale passant par A.



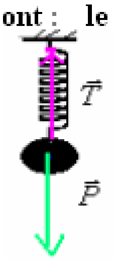
2-1- Déterminer en utilisant la méthode graphique l'intensité de la force $\vec{F}$ et l'intensité de la tension $\vec{T}$ du ressort.

2-2- Déterminer en utilisant la méthode analytique l'intensité de la force $\vec{F}$ et l'intensité de la tension $\vec{T}$ du ressort.

2-3- Déduire l'allongent du ressort à l'équilibre.

<u>Correction.</u>

1) 1-1- Les forces qui s'exercent sur le corps S sont : le poids $\vec{P}$ et la tension du ressort $\vec{T}$.



1-2- le corps S est en équilibre donc : $\vec{P}+\vec{T}=\vec{0}$ donc les deux forces ont même intensité.

$$F = P = mg = 0{,}1Kg.10N/Kg = 1N$$

$$\Delta\ell = \frac{T}{K} = \frac{1N}{25N/m} = 0{,}04m = 4cm$$

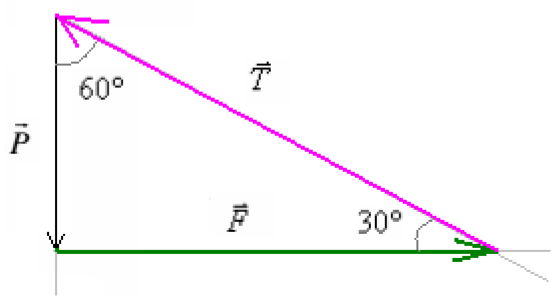
---

2) 2-1- <u>la méthode graphique</u> Prenons comme échelle : $1cm \rightarrow 4N$

On a : $P = m.g = 100\times10^{-3}\times10 = 1N$

La boule est en équilibre , donc la ligne polygonale des trois forces est fermée.

Traçons tout d'habord le vecteur : $\vec{P}$ vertical et de longueur 4cm. Puis à son extrémité on trace la direction horizontale de la force $\vec{F}$, puis la direction de $\vec{T}$ qui forme un angle de 30^o avec elle nous permettra de tracer le polygone qui doit être fermé.



La mesure des longueur par la règle donne $6{,}9cm$ pour la force $\vec{F}$ et $8cm$ pour $\vec{T}$

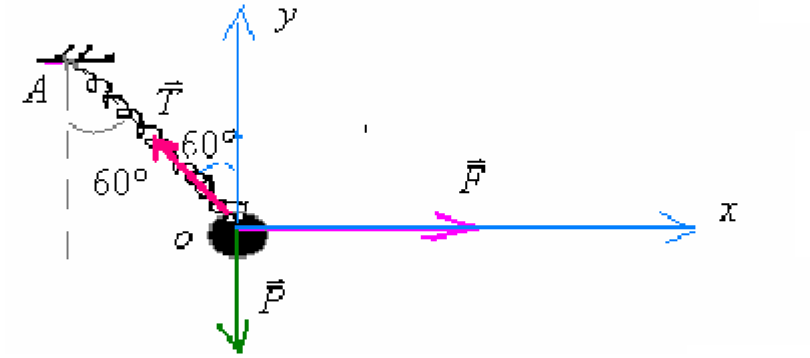
Or l' échelle : $1cm \rightarrow 4N$ Donc : $F \approx 1{,}73N$, $T = 2N$.

2-2- <u>la méthode analytique</u>:

La boule est en équilibre sous l'action des trois forces $\vec{P}$,$\vec{T}$ et $\vec{F}$:

donc : $\vec{F}+\vec{P}+\vec{T}=\vec{0}$ (a)

On considère un repère orthonormé (O, x,y)



La projection de la relation (a) sur ox et oy :

$$\begin{cases} F_x + P_x + T_x = 0 \\ F_y + P_y + T_y = 0 \end{cases}$$

Avec:

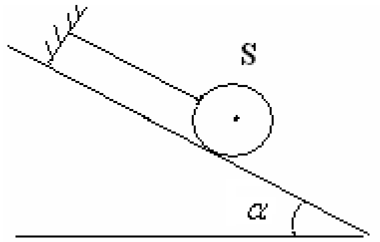
$$\vec{F}\begin{bmatrix} F_x = +F \\ F_y = 0 \end{bmatrix} \qquad \vec{P}\begin{bmatrix} P_x = 0 \\ P_y = -P \end{bmatrix} \qquad \vec{T}\begin{bmatrix} T_x = -T.\sin 60 \\ T_y = +T.\cos 60 \end{bmatrix}$$

Donc :

$$\begin{bmatrix} F + 0 - T\sin 60 = 0 \\ 0 - P + T\cos 60 = 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} F = T.\sin 60 = 1{,}73N \\ T = \dfrac{P}{\cos 60} = 2N \end{bmatrix}$$

2)Exercice n°2:

On considère la figure suivante dans laquelle la boule S de masse m= 1kg est en équilibre .
Sachant que le contact de la boule avec le plan se fait sans frottement , g=10N/kg et $\alpha = 30°$.



1) Faites le bilan des forces qui s'exercent sur le corps S et représenter ces forces (sans échelle).

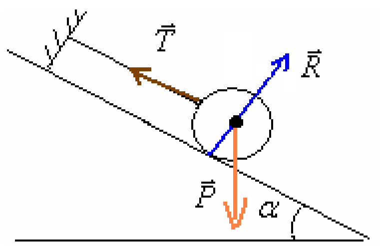
2- Déterminer en utilisant la méthode graphique l'intensité de la force $\vec{F}$ et celle de la tension $\vec{T}$ du ressort.

3- Déterminer en utilisant la méthode analytique l'intensité de la réaction $\vec{R}$ et celle de la tension $\vec{T}$ du ressort.

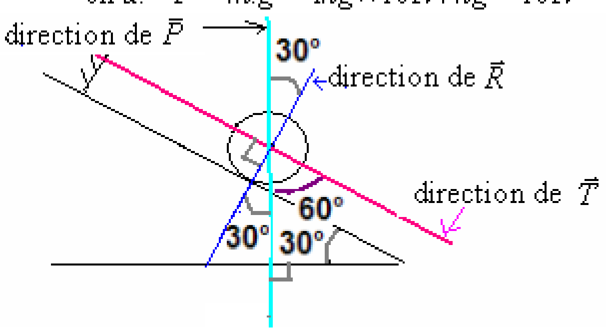
<u>Correction</u>:

1)Les force qui s'exercent sur le corps S sont:

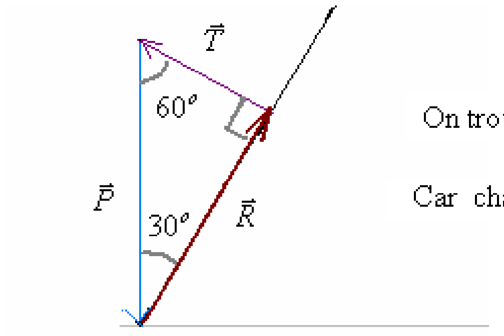
- $\vec{P}$ **: le poids du corps S**
- $\vec{R}$ **: réaction du plan incliné**
- $\vec{T}$ **:tension du fil**



2) **la méthode graphique** on a: $P = m.g = 1kg \times 10N/kg = 10N$



Choisissons une échelle $1cm \rightarrow 2N$, représentons le poids $\vec{P}$ puis à son extrémité on trace la direction de $\vec{R}$ et on trace ensuite la direction $\vec{T}$ à l'extrémité de $\vec{R}$ de telle façon que le polygone soit fermé. (on utilise le rapporteur)



On trouve : $T = 5N$ et $R = 8{,}6N$

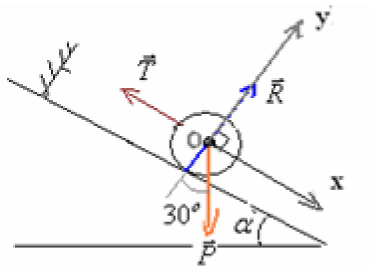
Car chaque cm représente 2N.

3) **la méthode analytique**:

La boule est en équilibre sous l'action des trois forces $\vec{P}$,$\vec{T}$ et $\vec{R}$:

donc : $\vec{R}+\vec{P}+\vec{T}=\vec{0}$ (a)

On considère un repère orthonormé (O, x,y)



La projection de la relation (a) sur ox et oy :

$$\begin{cases} R_x + P_x + T_x = 0 \\ R_y + P_y + T_y = 0 \end{cases}$$

Avec:

$$\vec{R}\begin{cases} R_x = 0 \\ R_y = +R \end{cases} \qquad \vec{P}\begin{cases} P_x = +P.\sin 30 \\ P_y = -P.\cos 30 \end{cases} \qquad \vec{T}\begin{cases} T_x = -T \\ T_y = 0 \end{cases}$$

Donc :

$$\begin{cases} 0 + P.\sin 30 - T = 0 \\ +R - P.\cos 30 + 0 = 0 \end{cases} \quad \text{D'où} \quad \begin{cases} T = P.\sin 30 = 10 \times 0{,}5 = 5N \\ R = P.\cos 30 = 10 \times 0{,}866 = 8{,}66N \end{cases}$$

SBIRO Abdelkrim lycée agricole oulad taima région d'Agadir royaume du MAROC

Pour toute observation contactez moi : sbiabdou@yahoo.fr

Le : samedi 4 février 2017