Exercice 01:

Comparer les nombres a et b dans les cas suivants:

1. $a=4\sqrt{2}$ et $b=5,65$
2. $a=\dfrac{1}{14\sqrt{5}}$ et $b=\dfrac{1}{31}$
3. $a=x\sqrt{x+1}$ et $b=(x+1)\sqrt{x}$

Exercice 02:

On pose $a=\dfrac{4+\sqrt{2}}{7}$ et $b=\dfrac{1+\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}$

1. Montrer que $a-b=\dfrac{8-5\sqrt{2}}{14}$
2. Comparer a et b

Exercice 03:

a et b sont deux réels strictement positifs.

Comparer A et B :

1. $A=ab+1$ et $B=(a+1)(b+1)$
2. $A=\dfrac{a}{b}+\dfrac{b}{a}$ et $B=2$

Exercice 04:

a et b Deux réels tels que : $|a-2|<1$ et $-1<b<0$

1. Vérifier que $1<a<3$
2. Donner un encadrement de $a+b$ et ab
3. Déterminer le signe de $a+b-\sqrt{a^2+b^2}$

Exercice 05:

Sachant que : $-6\le x\le 5$ et $-2\le y\le -1$, donner un encadrement de $x+y$; $x-y$; xy ; $\dfrac{1}{y}$ et $\dfrac{x}{y}$

Exercice 06:

Soient deux réels x et y strictement positifs.

1. Montrer que : $\dfrac{2}{x^2+y^2}\le\dfrac{1}{xy}$
2. Montrer que : $\dfrac{x+y}{x^2+y^2}\le\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}\right)$
3. Montrer que : $\dfrac{x+y}{2}\ge\sqrt{xy}$

Exercice 07:

x et y deux réels tels que $0<x<y$

1. Montrer que : $x^2<xy<y^2$
2. Montrer que si $xy=15$ alors $x<\sqrt{15}<y$
3. Montrer que $\dfrac{931}{241}<\sqrt{15}<\dfrac{3615}{931}$

Exercice 08:

Sur une droite graduée, exprimer ce qui suit en utilisant les distances puis résoudre géométriquement les équations suivantes :

$|x|=1$; $|x-2|=1$; $|3-x|=2$; $|2x-3|=6$

Exercice 09:

Soient a et b deux réels tels que :

$a\ge -2$; $b\le -1$ et $a-b=6$

1. Calculer : $A=\sqrt{(a+2)^2}+\sqrt{(b+1)^2}$
2. Montrer que : $a\le 5$ et $b\ge -8$
3. Déterminer la valeur de l'expression : $B=|a+b-4|+|a+b+10|$

Exercice 10:

Déterminer a et r tels que chacune des relations suivantes soit équivalente à $|x-a|\le r$:

$x\in[1;3]$; $-1\le x\le 5$; $5\le x-3\le 7$; $5\le 2x-1\le 9$

Exercice 11:

Soient a et b deux réels tels que : $0<a\le b\le 2a$

1. Montrer que : $(a-b)(2a-b)\le 0$
2. Développer $(a-b)(2a-b)$ et $\left(a\sqrt{2}-b\right)^2$
3. On pose : $A=\dfrac{2a^2+b^2}{3ab}$

a. Montrer que $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}\le A\le 1$

b. Montrer que $\dfrac{\left(1+\sqrt{2}\right)^2}{6}$ est une valeur approchée de A à la précision $\dfrac{\left(1-\sqrt{2}\right)^2}{6}$