AREF Souss Massa Direction Provinciale de Taroudant Lycée Qualifiant SIDI OUSIDI Pr. MOUKRINI Rachid	**Devoir à la maison** **N°01**	Matière : Mathématiques Année scolaire : 2020/2021 Classe : 1ère BACSEF-1&2

Exercice 01 (Les questions de cet exercice sont indépendantes)

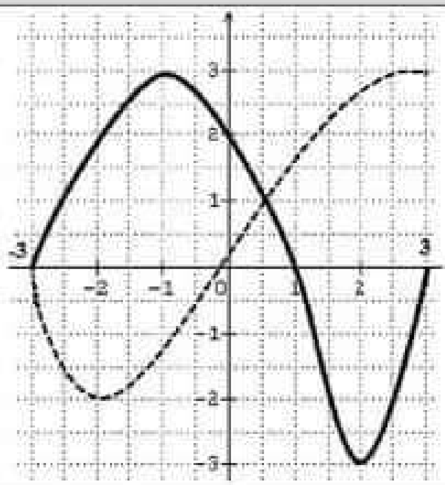
1) Nier les deux propositions suivantes

$$P : \forall p \in \mathbb{Z}, \exists q \in \mathbb{Z} : pq \in \mathbb{N} \quad ;; \quad Q : \forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R} : 0 \leq xy \leq 1$$

2) On considère la proposition suivante $R : \forall n \in \mathbb{N}^*, \forall m \in \mathbb{N}^* : n \neq m \Longrightarrow n^m \neq m^n$
   a) Déterminer $\overline{R}$ la négation de la proposition R.
   b) Déduire la valeur de vérité de la proposition R.
3) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $|x|x + 3x - 4 = 0$.
4) Soient $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, montrer que : $(x \neq y \text{ et } xy \neq 1) \Longrightarrow \dfrac{x}{x^2+x+1} \neq \dfrac{y}{y^2+y+1}$.
5) Soit $a, b \in \mathbb{R}_+^*$
   a) Montrer que : $\dfrac{ab}{a+b} \leq \dfrac{a+b}{4} \Leftrightarrow (a-b)^2 \geq 0$
   b) Déduire la valeur de vérité de la proposition $\forall a, b \in \mathbb{R}_+^* : \dfrac{ab}{a+b} \leq \dfrac{a+b}{4}$.
6) Soient $n, m \in \mathbb{N}$ tels que nm est un entier pair
   Montrer que « n est un entier pair ou m est un entier pair »
7) Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N} : 11^0 + 11^1 + \cdots + 11^n = \dfrac{11^{n+1} - 1}{10}$.

Exercice 02

La figure ci-dessous représente les courbes représentatives de deux fonctions f et g définies sur l'intervalle $I = [-3; 3]$.



1) Déterminer les images : $f(0)$, $f(-3)$, $g(-2)$ et $g(3)$.
2) Résoudre dans I les équations : $f(x) = 0$ et $f(x) = g(x)$.
3) Résoudre dans I les deux inéquations suivantes : $f(x) \geq 0$ et $f(x) < g(x)$.
4) Déterminer les extremums de la fonction f sur l'intervalle I.
5) Dresser la table de variations de la fonction f et celle de g sur I.
6) Dresser le tableau de signe de la fonction f sur l'intervalle I.
7) Déterminer $f([-3; -1])$, $f([0; 3])$ et $g\left(\left[-2; \dfrac{1}{2}\right]\right)$.

Exercice 03 (Les deux parties de cet exercice sont indépendantes)

I. On considère la fonction f définie par :

$$f(x) = \frac{-2x + 4}{x^2 - x + 2}$$

1) Déterminer D_f le domaine de définition de f.
2) a- Montrer que f est majorée par 2 sur $\mathbb{R}$.
   b- Est-ce que 2 est la valeur maximale de f sur $\mathbb{R}$? Justifier.
3) a- Montrer que f est minorée par -1 sur $\mathbb{R}$.
   b- Est-ce que -1 est la valeur minimale f sur $\mathbb{R}$? Justifier.
4) Déduire que la fonction f est bornée sur $\mathbb{R}$.

II. On considère la fonction g définie par

$$g(x) = \frac{1}{x^2}$$

1) Déterminer D_g le domaine de définition de g.
2) Déterminer la parité de g sur D_g.
3) Montrer que g est minorée par 0 sur D_g.
4) Soient $a, b \in D_g$ tels que $a \neq b$
   a- Montrer que $\dfrac{g(a) - g(b)}{a - b} = \dfrac{-(a+b)}{a^2 b^2}$.
   b- Déterminer le sens de variations de g sur $\mathbb{R}_+^*$.
   c- Déduire le sens de variations de g sur $\mathbb{R}_-^*$.
   d- Dresser le tableau de variations de g sur D_g.