Niveau : 1-ére année Bac S.E BIOF Durée :2H	Contrôle Blanc N°1 Notions de logique	Prof :Monsif Benabdesalam . Whatsapp 0621539487

Exercice 1(5pts)

Question : Ecrire à l'aide de quantificateurs les propositions suivantes :

1) Le carré de tout réel est positif.
2) Certains réels sont strictement supérieurs à leur carré.
3) Aucun entier n'est supérieur à tous les autres.
5) Il existe un entier multiple de tous les autres.
6) Entre deux réels distincts, il existe un rationnel.

Exercice 2(5pts)

Question : Donner la négation et la valeur de vérité (avec justification) de chacune des propositions suivantes :

1) P_1: " $\forall x \in \mathbb{R} \,/\, x^2 > 0$"

2) P_2 : "$(\forall n \in \mathbb{N})\ (\exists m \in \mathbb{N}) \,/\, n < m$"

3) P_3 : "$(\exists n \in \mathbb{N})\ (\forall m \in \mathbb{N}) \,/\, n < m$"

4) P_4: "$(\forall x \in \mathbb{R})\ (\exists y \in \mathbb{R}) \,/\ y^2 = x$"

5) P_5: " $\forall (x,y) \in \mathbb{R}^2 \ /\ |x+y| = |x| + |y|$ "

6) P_6: " $(\forall y \in \mathbb{R})\ (\exists x \in \mathbb{R}) \,/\, x^2 - xy + y^2 = 0$

Exercice 3(10pts) (Questions indépendantes)

1/ Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

$(E_1) : x - 2|x| - 3 = 0$ $\qquad (E_2) :\ x^2 - 2|x-1| + 3 = 0$ $\qquad (E_3) :\ \sqrt{x^2+1} = 2x$

2/ Montrer que : $\forall (a,b) \in ([2;+\infty[)^2 \ \ ; a \neq b \implies \sqrt{1-\frac{4}{a^2}} \neq \sqrt{1-\frac{4}{b^2}}$.

3/ Soients $x \in \mathbb{R}$, $y \in \mathbb{R}$.

Montrer que : $(\, xy \neq 1 \ et\ x \neq y \,) \implies \frac{x}{x^2+x+1} \neq \frac{y}{y^2+y+1}$.

4/ On pose : $S_n = 1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \cdots \ldots + (-1)^n n^2$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

Montrer par récurrence que : $S_n = \frac{n(n+1)}{2}(-1)^{n+1}$. (Indication : remarquer que $1 = (-1)^2$) .

5/ On pose : $H(n) = n^2 + 7n + 12$, $\forall n \in \mathbb{N}$.

a) Montrer que : $(n+3)^2 < H(n) < (n+4)^2$,$\forall n \in \mathbb{N}$.

b) Déduire que : $(\forall n \in \mathbb{N})$ $\sqrt{H(n)} \notin \mathbb{N}$. (Indication : absurde) .

Professeur : Monsif Benabdesalam N°=0644431148 Ville :Meknes Gmail : Monsifben7@gmail.com