

Devoir à Domicile n° 1 semestre 1

1Bac Sciences

Exercice 1

1. Compléter le tableau suivant :

Proposition	Négation	Valeur de vérité
$3 < \pi < 4$		
$(\forall x \in \mathbb{R}) : x^2 < 0 \text{ et } x \geq 0$		
$(\exists x \in \mathbb{R}) : x^2 + x + 1 = 0$		
$(\forall x \in \mathbb{R}) : n \text{ pair} \implies n^2 \text{ pair}$		

2. Soit p, q, r trois propositions, Montrer que : $(p \Rightarrow q) \Rightarrow [(p \text{ ou } q) \Rightarrow (q \text{ ou } r)]$. est un lois logique

Exercice 2

1. Soit n un entier naturel . Montrer que si $(2n + 1)$ est un carré parfait, alors $n + 1$ et la somme de deux carrés parfaits.
2. Montrer par contraposée que :

$$(\forall x \in \mathbb{R}^+) : x \neq 0 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{x+1}} \neq \sqrt{x} - 1$$

Exercice 3

1. Montrer par absurde que :

$$\sqrt{2} + \sqrt{3} \notin \mathbb{Q}$$

2. Résoudre à l'aide d'une disjonction de cas l'équation :

$$(E) : x|x| + |x - 1| + 1 = 0$$

$$(F) : \forall x \in \mathbb{R}; |x - 1| \leq x^2 + x + 1$$

Exercice 4 (questions indépendantes)

1. Montrer par récurrence que : $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; 3^{2n} + 2^{6n-5}$ est divisible par 11.
2. Montrer par récurrence que : $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; 1 + 7^1 + 7^2 + \dots + 7^n = \frac{7^{n+1}-1}{6}$.
3. 1. On pose : $S_n = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^n$.
Montrer par récurrence que :

$$(\forall n \in \mathbb{N}^*) : S_n = 2^{n+1} - 1$$

2. En déduire la valeur de la somme : $1 + 4 + 8 + 16 + \dots + 64$



Le savoir que lon ne complète pas chaque jour diminue tous les jours.



(Proverbe chinois)