# Devoir non surveillé n° 1

## Exercice 1

1. Donner la vérité et la négation des propositions suivantes :

   $P_1$ : " $x \geq 2 \implies x \geq 5$ ".

   $P_2$ : " $\forall x \in \mathbb{R} \quad \exists y \in \mathbb{R} \qquad x = 2y + 1$ ".

   $P_3$ : " $\exists x \in \mathbb{R} \qquad (x+1)^2 = x^2 + 1$ ".

2. Montrer que : $\forall x, y \in \mathbb{R} \qquad x^2 + y^2 = 0 \implies x = 0 \textit{ et } y = 0$.
3. Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}^* \qquad 1^2 + 2^2 + 3^2 + \ \dots \ + n^2 = \dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.
4. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2 - |x-1| + 1 = 0$.

## Exercice 2

Soit f la fonction numérique définie par : $f(x) = -x^2 + 6$

1. Déterminer $D_f$.
2. Montrer que f est paire.
3. Montrer que :
   (a) f est croissante sur $]-\infty\,;0]$.
   (b) f est décroissante sur $[0\,;+\infty[$.
4. Montrer que f est majorée par 6. Que peut-on dire à 6 ? Justifier.
5. Dresser le tableau de variations de f.
6. Déssiner $(\mathcal{C}_f)$ dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

## Exercice 3

Soit f la fonction numérique définie par : $f(x) = \dfrac{x^2 + x + 1}{x^2 + 1}$

1. Montrer que :
   (a) $\dfrac{3}{2}$ est une valeur maximale de f.
   (b) $\dfrac{1}{2}$ est une valeur minimale de f.
2. Est-ce-que $f(x) = \dfrac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x-2}}$ et $g(x) = \sqrt{\dfrac{x+2}{x-2}}$ sont égales ?
3. Comparer $f(x) = x^2$ et $g(x) = 2x + 3$.