

Exercice 1 : (6 pts)

Soit $n \in \mathbb{N}$.

1 Déterminer la parité des entiers naturels suivant :

$$n(n+1) \quad ; \quad n^2 + 3n + 4 \quad ; \quad 3n^2 + 5n + 1.$$

2 Montrer que 3 divise $n + (n+1) + (n+2)$.

3 Montrer que 10 divise $5n^2 + 15n + 10$.

4 Montrer que $3^{n+2} - 4 \times 3^n$ est un multiple de 5.

Exercice 2 : (6 pts)

1

(a) Donner la décomposition en produits des facteurs premiers de 1440 et 840.

(b) Déterminer $\text{pgcd}(1440, 840)$ et $\text{ppcm}(1440, 840)$.

(c) Simplifier $\frac{840}{1440}$.

2 Etudier la primalité de 117 et de 97.

3 Résoudre dans \mathbb{N}^2 le système

$$\begin{cases} x + y = 16 \\ \text{pgcd}(x, y) = 8 \end{cases}.$$

Exercice 3 : (3 pts)

Soient p et q deux nombres entiers naturels premiers tels que :

$$p^8 + q^2 + q = 1978.$$

1 Montrer que p est pair et déduire que $p = 2$.

2 Vérifier que $q(q+1) = 41 \times 42$ et déduire la valeur de q .

Exercice 4 : (5 pts)

Soit ABC un triangle. Soient B' le milieu de $[AB]$ et G un point du plan tel que :

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + 2\overrightarrow{GC} = \vec{0}.$$

1 Montrer que $\overrightarrow{GC} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC})$.

2 Montrer que $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{B'C}$.

3 Déduire que G est le milieu de $[B'C]$.

4 Construire le point E tel que $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{AB}$.