Evaluation N°3
Premier seméstre
Mathématiques

Niveau :1bac x
Durée : 2H
Date : 28 / 12 / 2018

EXERCICE1 : On considère dans le plan rapporté à un repére orthonormé ,les points suivants : $A(2;2)$; $B(4;4)$ et $C(6;2)$.

1,5 — 1. Calculer AB ; AC et $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$.

0,5+0 ,75 — 2. a- Calculer $\cos\left(\overline{\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}}\right)$ et $\sin\left(\overline{\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}}\right)$.

0,25 — b- Déduire la mesure principale de $\left(\overline{\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}}\right)$

0,5+0,5 — 3. a- Calculer $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}$ puis déduire la nature du triangle ABC

EXERCICE2: On considère la suite numérique $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par :

$$\begin{cases} U_0 = 3 \\ U_{n+1} = \dfrac{6U_n - 4}{U_n + 2} ; n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

1 — 1. a – Montrer par récurrence que :$(\forall n \in \mathbb{N});U_n \succ 2$

0,75 — b – Vérifier que : $U_{n+1} - U_n = \dfrac{-(U_n - 2)^2}{U_n + 2} ; n \in \mathbb{N}$

0,75 — c - Etudier la monotonie de la suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$

0,5 — d – Déduire que : $(\forall n \in \mathbb{N}) 2 \prec U_n \leq 3$

2. On pose $V_n = \dfrac{2}{U_n - 2} ; n \in \mathbb{N}$

1 — a - Montrer que (V_n) est une suite arithmétique de raison q=$\dfrac{1}{2}$

1 — b - Calculer V_0 puis écrire V_n en fonction de n

1 — c - Exprimer U_n en fonction de n

1 — d - Ecrire en fonction de n la somme suivante ;
$S_n = V_0 + V_1 + ... + V_n ; n \in \mathbb{N}$

EXERCICE3 : Soient $A(1;3)$ et $B(3;1)$ deux points dans le plan rapporté à un repère orthonormé .

On considère l'ensemble (C) des points $M(x;y)$ du plan tel que : $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AM} = 3$

1 — 1. a – Montrer que (C) s'écrit sous la forme $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0$

1,5 — b – Montrer que (C) est un cercle de centre $\Omega(2;2)$ et de rayon $R = \sqrt{5}$

0,5 — 2. a – Montrer que $H(1;4) \in (C)$

1,5 — b – Déterminer une équation cartésienne de la droite (D) tangente au cercle (C) au point H

3. On considère la droite $(\Delta) : x + 3y - 3 = 0$

1 — a – Montrer que la droite (Δ) coupe le cercle en deux points distincts E et F

1,5 — b – Déterminer les coordonnés des points E et F

1 — c – Résoudre graphiquement le système suivant :

$$\begin{cases} x + 3y - 3 \succ 0 \\ x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 \leq 0 \end{cases}$$

1 — 4. On considère la droite $(D_m) : x + my - 1 = 0 / m \in \mathbb{R}$

Déterminer la valeur de m pour que la droite (D_m) soit tangente au cercle (C)