

**DEVOIR DE MATHÉMATIQUES**  
**FONCTIONS TRIGONOMETRIQUES**

1

Exercice 1 (1 point)

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = \sin(2x + \pi)$   
Exprimer  $f(x)$  en fonction de  $\sin x$  et de  $\cos x$

Exercice 2 (1,5 point)

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = \cos x \sin 2x - 2 \sin x$   
Donner la forme factorisée de la dérivée  $f'$  de  $f$  sur  $\mathbb{R}$

Exercice 3 (2 points)

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = 2 \sin^2 x + 4 \sin x + 2$   
Résoudre l'équation  $f(x) = 0$  sur  $\mathbb{R}$

Exercice 4 (8,5 points)

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = 3 \cos\left(2x + \frac{\pi}{2}\right)$

- 1) Montrer que pour tout  $x \in \mathbb{R}$ , on a :  $-3 \leq f(x) \leq 3$
- 2) Déterminer la parité de la fonction  $f$
- 3) Montrer que pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $f(x + \pi) = f(x)$ . En déduire que  $f$  est périodique et préciser sa période.
- 4) Montrer que pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $f'(x) = -6 \sin\left(2x + \frac{\pi}{2}\right)$
- 5) a) Montrer que si  $-\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{4}$ ,  $2x + \frac{\pi}{2} \in [0; \pi]$ . En déduire le signe de  $f'$  sur  $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$   
 b) Étudier le signe de  $f'(x)$  sur l'intervalle  $\left[\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right]$   
 c) Dresser le tableau de variations de  $f$  sur  $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right]$
- 6) Donner l'équation de la tangente en  $f$  au point d'abscisse  $\frac{\pi}{4}$