ملاحظات	المحتوى

I. المعادلات و المتراجحات من الدرجة الاولى بمجهول واحد:

1) عموميات:

نشاط:

1) -حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية:

$(E_2): 2x+4=3(x-2)-x+8$	$(E_1): \frac{3x+1}{2}=x-\frac{x-1}{2}$
$(E_4): 4x^2-25=0$	$(E_3): \sqrt{2}(x-3)+1=1-\sqrt{2}(3-x)$
$(E_5): \|2x+3\|=\|x-2\|$	$(E_5): \frac{3x-1}{2x+3}=0$

2) -ناقش حسب قيم m حلول المعادلة التالية: $mx+5=x-1$.

نشاط:

حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية:

- $(E'_1): -4x+7\leq 2x+14$
- $(E'_2): 2(x-1)-(3x-5)\leq 6x+7+4(x-3)$
- $(E'_3): 5(3x-1)-(5x-4)\leq -4x+10-7(2x+3)$

2) إشارة الحدانية $ax+b$:

نشاط:

1) - أ- حل المتراجحتين $3x+4\geq 0$ و $3x+4\leq 0$.

ب- املء الجدول التالي باستعمال: "+" و "−"

x	$-\infty$	$-\frac{4}{3}$	$+\infty$
$3x+4$	...	O	...

الجدول اعلاه يسمى جدول إشارة الحدانية $3x+4$.

2) - ضع جدول إشارة الحدانية $-2x+4$.

خاصية:

جدول اشارة الحدانية $ax+b$ هو :

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
$ax+b$	عكس إشارة a	O	إشارة a

تطبيق:

1) - ضع جدول اشارة التعابير التالية:

$C(x)=\frac{-3x+9}{2x+6}$	$B(x)=(-4x+6)(5x-3)$	$A(x)=-3x+6$

2) - ستنتج حلول المتراجحات التالية: $B(x)\leq 0$ و $C(x)\succ 0$

ذ.لطرش عبد الكبير

تمرين:

1) - حل في IR المتراجحات التالية:

- $2x(-3x+1)+(x-1)(-3x+1)\succ 0$
- $\frac{x+4}{-x+5}\leq 3$

2) -أكتب بدون رمز القيمة المطلقة التعبير $A(x)=|3-9x|+|4x+2|$ ثم حل المعادلة $A(x)=2x-4$

II. المعادلات و المتراجحات من الدرجة الثانية بمجهول واحد:

1) عموميات:

نشاط:

اتمم التعابير التالية :

- $x^2+6x-1=(x+3)^2...$
- $x^2-3x+4=(x-\frac{3}{2})^2...$

هذه الكتابة **تسمى بالشكل القانوني** للحدوديتين x^2+6x-1 و x^2-3x+4.

بشكل عام نعتبر ثلاثية الحدود ax^2+bx+c حيث a و b و c أعداد حقيقية و $a\neq 0$. لدينا:

$$ax^2+bx+c=a\left[x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}\right]$$
$$=a\left[(x+\frac{b}{2a})^2+\frac{c}{a}-\frac{b^2}{(2a)^2}\right]$$
$$=a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{(2a)^2}\right]$$

للتبسيط نضع $\Delta=b^2-4ac$ وبالتالي نجد: $ax^2+bx+c=a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{\Delta}{(2a)^2}\right]$.

العدد Δ يسمى مميز الحدودية ax^2+bx+c.

خاصية:

لحل المعادلة $ax^2+bx+c=0$ $(a\neq 0)$ نحسب المميز $\Delta=b^2-4ac$. لدينا الحالات التالية:

- إذا كان $\Delta<0$ فإنه ليس للمعادلة حل في IR ونكتب: $S=\emptyset$
- إذا كان $\Delta=0$ فإن للمعادلة حلا وحيدا في IR هو $-\frac{b}{2a}$ ونكتب: $S=\left\{-\frac{b}{2a}\right\}$
- إذا كان $\Delta>0$ فإن للمعادلة حلين في IR هما $\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ و $\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ ونكتب $S=\left\{\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a};\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}\right\}$

تطبيق:

حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية:

- $(E_1):2x^2+2x-12=0$
- $(E_2):5x^2-4x+2=0$
- $(E_3):3x^2-4x=0$
- $(E_4):3x^2+4=0$
- $(E_5):x^2-2\sqrt{3}x+1=0$

تمرين:

حل المعادلة التالية $(E):2x^2-2x-4=0$ ثم استنتج حلول المعادلات التالية:

- $(E'):2x^4-2x^2-4=0$

- $(E''): 2x^2 - 2|x| - 4 = 0$
- $(E'''): 2x - 2\sqrt{x} - 4 = 0$

2) تعميل ثلاثية الحدود من الدرجة الثانية:

خاصية:

نعتبر ثلاثية الحدود $p(x) = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ و Δ مميزها. لدينا الحالات التالية:

- إذا كان $\Delta < 0$ فإنه لا يمكن تعميل الحدودية $p(x)$.
- إذا كان $\Delta = 0$ فإن $p(x) = a(x + \frac{b}{2a})^2$
- إذا كان $\Delta > 0$ فإن $p(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$ بحيث: $x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ و $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$

تطبيق:

عمل إن أمكن الحدوديات التالية:

- $P_1(x) = 2x^2 + 2x - 12$
- $P_2(x) = 5x^2 - 4x + 2$
- $P_3(x) = 3x^2 - 4x$
- $P_4(x) = 3x^2 + 4$
- $P_5(x) = x^2 - 2\sqrt{3}x + 1$

تمرين:

عمل الحدودية $x^3 + x^2 - 2$ إذا علمت أن 1 جذر لها.

خاصية:

إذا كان للمعادلة $(a \neq 0) ax^2 + bx + c = 0$ حلان x_1 و x_2 فانهما يحققان:
$x_2 + x_1 = -\frac{b}{a}$ و $x_2 \times x_1 = \frac{c}{a}$.

تطبيق:

اذا علمت ان 1 حل للمعادلة $2016x^2 - 2017x + 1 = 0$ أوجد الحل الثاني.

حل النظمة التالية: $\begin{cases} x + y = 13 \\ xy = 12 \end{cases}$

3) إشارة ثلاثية الحدود $ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$:

نعلم أن $ax^2 + bx + c = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{(2a)^2}\right]$.

♣ اذا كان $\Delta < 0$ فان $-\frac{\Delta}{(2a)^2} > 0$ و منه $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{(2a)^2} > 0$ وبالتالي اشارة $ax^2 + bx + c$ هي اشارة a.

x	$-\infty$ $\quad$ $+\infty$
$ax^2 + bx + c$	إشارة a

♣ إذا كان $\Delta = 0$ فان $ax^2 + bx + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2$ إذن إشارة $ax^2 + bx + c$ هي اشارة العدد a.

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
$ax^2 + bx + c$	إشارة a	0	إشارة a

ذ.لطرش عبد الكبير

♣ إذا كان $\Delta > 0$ فإن $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$ بحيث x_1 و x_2 هما حلي المعادلة $ax^2+bx+c=0$.

لندرس إشارة $a(x-x_1)(x-x_2)$:

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
$x-x_1$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-x_2$		$-$		$-$	0	$+$	
$(x-x_1)(x-x_2)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$a(x-x_1)(x-x_2)$		إشارة a	0	إشارة $-a$	0	إشارة a	

تطبيق:

1) - أعط جدول إشارة الحدوديات التالية:

- $P_1(x)=2x^2+2x-12$
- $P_2(x)=5x^2-4x+2$
- $P_3(x)=3x^2-4x$
- $P_4(x)=3x^2+4$
- $P_5(x)=x^2-2\sqrt{3}x+1$

2) - استنتج حلول المتراجحات التالية:

- $P_1(x)\geq 0$
- $P_3(x)\leq 0$
- $P_4(x)\prec 0$
- $\dfrac{P_3(x)}{P_1(x)}\geq 0$

3) - أكتب بدون رمز القيمة المطلقة التعبير التالي: $A(x)=|P_1(x)|+|P_3(x)|$.

III. المعادلات و المتراجحات و النظمات من الدرجة الأولى بمجهولين:

1) المعادلات من الدرجة الأولى بمجهولين:

تعاريف:

- $\mathbb{R}^2$ هي مجموعة الأزواج (x,y) بحيث $x\in\mathbb{R}$ و $y\in\mathbb{R}$.
- كل معادلة يمكن كتابتها على شكل $ax+by+c=0$ بحيث a و b و c اعداد حقيقية معلومة هي معادلة من الدرجة الأولى بمجهولين x و y.
- الزوج (x_0,y_0) حل للمعادلة $ax+by+c=0$ إذا وفقط إذا كان $ax_0+by_0+c=0$.

تطبيق:

1) - حدد من بين الأزواج $(1,2)$، $(0,3)$، $(3,0)$ ، $(1,\frac{9}{2})$ تلك التي تحل المعادلة $3x-2y+6=0$.

2) - حدد العدد a بحيث يكون الزوج $(1+a,a)$ حل للمعادلة $2x+y-1=0$.

3) - حل في IR^2 المعادلات التالية:

- $2x-3y+3=0$
- $4x+4y=8$

2) النظمات من الدرجة الأولى بمجهولين:

نشاط:

حل في $\mathbb{R}^2$ النظمة التالية: $\begin{cases} 3x+y=8 \\ 2x-y=2 \end{cases}$

نعتبر النظمة $(S):\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$ حيث a،b،c،a'،c'،b' أعداد حقيقية.

- العدد $D=\begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix}=ab'-a'b$ يسمى محددة النظمة (S).
- إذا كان $D\neq 0$ لها حل وحيد في $\mathbb{R}^2$ (x_0,y_0) بحيث: $x=\frac{\begin{vmatrix} c & b \\ c' & b' \end{vmatrix}}{D}$ و $y=\frac{\begin{vmatrix} a & c \\ a' & c' \end{vmatrix}}{D}$.
- اما اذا كانت $D=0$ فان النظمة اما يكون لها عدد غير منته من الحلول او ليس لها حل في $\mathbb{R}^2$:
  - اذا كان: $D_x=\begin{vmatrix} c & b \\ c' & b' \end{vmatrix}=cb'-bc'=0$ و $D_y=\begin{vmatrix} a & c \\ a' & c' \end{vmatrix}=ac'-a'c=0$ فان النظمة لها ما لا نهاية من الحلول في $\mathbb{R}^2$.
  - اذا كان $D_x\neq 0$ او $D_y\neq 0$ فان النظمة ليس لها حل على الاطلاق في $\mathbb{R}^2$.

تعريف وخاصية:

تطبيق:

1) - حل في IR^2 النظمات التالية:

- $\begin{cases} 3x+y=7 \\ 3x+y=11 \end{cases}$
- $\begin{cases} -x+3y=4 \\ x-2y=11 \end{cases}$

2) - استنتج حلول النظمات التالية:

- $\begin{cases} -|x+1|+3y^2=4 \\ |x+1|-2y^2=11 \end{cases}$
- $\begin{cases} -\sqrt{x}+\dfrac{3}{y}=4 \\ \sqrt{x}-\dfrac{2}{y}=11 \end{cases}$

3) المتراجحات و التجويه:

نشاط:

نعتبر المستقيم (D) ذو المعادلة $3x-2y+1=0$.

1) انشئ المستقيم في معلم متعامد ممنظم.

2) من بين الأزواج التالية : $(0,0)$،$(1,0)$، $(1,0)$ ، $(-1,1)$ حدد تلك التي تحقق $3x-2y+1>0$ و تلك التي تحقق $3x-2y+1\leq 0$.

تطبيق:

1) حل مبيانيا المتراجحة التالية $x-y+2>0$.

2) حل مبيانيا المتراجحة التالية: $\begin{cases} x+y>2 \\ x+2y\leq 3 \end{cases}$.