|  |
| --- |
|  **Généralité sur les fonctions numériques** ***Pr. Latrach Abdelkbir*** |

*** Activité ➀ :***

Soit $f$ la fonction définie par : $f(x)=2x+3$.

1. Déterminer l’ensemble de définition de $f$.
2. Calculer l’image des nombres suivants : $0$، $2$و $-2$.
3. Déterminer les antécédents de $5$، $9$ et $-3$.

***Application ➀ :***

Soit $g$ la fonction définie par : $g\left(x\right)=x^{2}+ax$ où $a\in R$.

Déterminer $a$ dans les deux suivants :

* L’image de $2$ est $-2$.
* Le nombre $0$ est un antécédent de $3$.

*** Application ➁ :***

Déterminer l’ensemble de définition des fonctions suivantes ***:***

* + - * $f\left(x\right)=3x^{3}-5x^{2}+x+1$
* $f\left(x\right)=\frac{4x+3}{5x-2}$
* $f\left(x\right)=2x^{2}+3x-1$
* $f\left(x\right)=\frac{2x}{x²-7x+6}$

*** Application ➂ :***

La figure ci-dessous représente la courbe d’une fonction $f$.



1. Déterminer l’ensemble de définition de .
2. Déterminer les images pardes nombres suivants :
3. Par , quels sont les antécédents de 3, $0$, $-1$ et de 5 ?

*** Application ➃ :***

Etudier la parité de fonctions suivantes :

$f\left(x\right)=\frac{x^{3}}{x^{2}+4}$ ؛ $f\left(x\right)=2x^{5}-3x$ ؛ $f\left(x\right)=3x^{2}+5$

*** Application ➄ :***

Considérons  et les fonctions définies sur  par ses courbes respectives et  représentées ci-dessous :





Compléter sachant que est paire et  sachant que est impaire.

*** Application ➅:***

 Soient $f$ et $g$ deux fonctions définies sur $R$ par :

 $f\left(x\right)=-2x^{2}+5$ et $g\left(x\right)=2x²-3$.

1. Montrer que $f$ est majorée par $5$.
2. Montrer que $g$ est minorée par $-3$.

***Comparaison de deux fonctions -Interprétation graphique :***

Soient $f et g$ deux fonctions et $D$ un ensemble inclus dans $D\_{f}∩D\_{g}$.

* Dire que pour tout $x\in D$ : $f( x )>g ( x)$ revient à dire que $\left(C\_{f}\right)$ est strictement au-dessus de $\left(C\_{g}\right)$ sur $D$.
* Dire que pour tout $x\in D$ : $f\left( x \right)\leq g ( x)$ revient à dire que $\left(C\_{f}\right)$ est au-dessous de $\left(C\_{g}\right)$ sur $D$.
* Dire que $f( a )= g ( a)$ (avec $a \in D$) revient à dire que $\left(C\_{f}\right)$ et $\left(C\_{g}\right)$ se coupe au point d’abscisse $a$

*** Application ➆ :***

Les fonctions  et sont définies sur  ; leurs représentations graphiques sont données ci-dessous.



1. Résoudre graphiquement l’équation $f\left(x\right)=g\left(x\right)$.
2. Résoudre graphiquement les inéquations suivantes :
* $f\left(x\right)\leq g\left(x\right)$ .
* $f\left(x\right)>g\left(x\right)$ .

***Remarque :***

Soient $f$ une fonction et $D⊂D\_{f}$ et $k$ un nombre réel.

Dire que pour tout $x\in D$ : $f( x )>k$ revient à dire que $\left(C\_{f}\right)$ est strictement au-dessus de la droite d’équation : $y=k$ sur $D$.

Dire que pour tout $x\in D$ : $f\left( x \right)\leq k$ revient à dire que $\left(C\_{f}\right)$ est au-dessous de de la droite d’équation : $y=k$ sur $D$.

*** Application ➇ :***

Considérons la fonction définie par sa courbe représentée ci-dessous :



1. Donner l’ensemble de définition de .
2. Résoudre graphiquement les équations $f\left(x\right)=0$ et $f\left(x\right)=-1$.
3. Résoudre graphiquement les inéquations suivantes :
* $f\left(x\right)<0$ .
* $f\left(x\right)\geq 0$ .
* $f\left(x\right)>1$.
* $f\left(x\right)\leq 1$

***Remaque :***

Pour comparer deux fonctions $f et g$ définies par leurs expressions, on peut étudier le signe de $f(x)-g(x) $ pour $x \in D$.

*** Application ➈ :***

Soient $f$ et $g$ deux fonctions définies sur $R$ par :

$f\left(x\right)=x^{2}$ et $g\left(x\right)=4x-3$.

1. Donner $D\_{f}$ et $D\_{g}$.
2. a) Vérifier pour tout $x\in R$ que :

 $f\left(x\right)-g\left(x\right)=\left(x-1\right)\left(x-3\right)$.

b) Etudier le signe de $f\left(x\right)-g\left(x\right)$ sur $R$ puis interpreter graphiquement les résultats.

*** Application ➀🄋 :***

Dresser le tableau de variation de la fonction  représentée par sa courbe ci-dessous :



*** Application ➀➀ :***

Soit $f$ une fonction définie par : $f(x)=x^{2}+2$ sur $R$.

Montrer que $f$ est croissante sur $R^{+}$ et décroissante sur $R^{-}$.

*** Application ➀➁:***

Soit $f$ une fonction définie sur $\left[-2;6\right]$ par son tableau de variations suivant :



1. Donner l’image $-2$ et $0$ et $6$.
2. Déterminer la valeur maximale el la valeur minimale de $f$ sur $\left[-2;6\right]$.
3. Spécifier le nombre de fois où la courbe de $f$ coupe l'axe des abscisses.
4. Déterminer le nombre d’antécédents des nombres :$-2$ et $-1$ et $1$.

*** Exercice :***

Considérons la fonction définie par sa courbe représentée ci-dessous :

1. Donner $D\_{f}$.
2. Déterminer la parité de la fonction $f$.
3. Donner le tableau de variations de $f$.
4. Déterminer la valeur maximale el la valeur minimale de $f$ sur $D\_{f}$ puis sur $\left[1;5\right]$.
5. Résoudre graphiquement les inéquations suivantes :
* $f\left(x\right)<0$ .
* $f\left(x\right)\geq 0$ .