	DEVOIR 1B	2016-2015

Exercice (1)

1) calcules les limites : $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{4-\sqrt[3]{6+x}\sqrt{6-x}}{\sqrt[3]{6+x}-\sqrt{6-x}}$, $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{4x^2+2x}-\sqrt{x^2-x}-x+1$

2) calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{E(ax)}{x}$ puis déduire la limite $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{E(2x)+E(-3x)+E(6x)}{E(x)+E(5x)+E(6x)}$

3) a) montrer que $\left(\forall(a,b)\in\mathbb{R}^{+2}\right)$ $\arctan a-\arctan b=\arctan\dfrac{a-b}{1+ab}$

b) calculer la limite $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x^3}\left(\arctan\sqrt{2+x}-\arctan\sqrt{x}\right)$

4) montrer que $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos^n(ax)}{x^2}=\dfrac{p\,a^2}{2}$ et déduire $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos^3(7x)\cos^5(6x)\cos^7(23x)}{x^2}$

Exercice (2)

Soit f la fonction telle que : $f(x)=\dfrac{1+\cos\left(\pi\sqrt{x+1}\right)}{x^2}$

Montrer que f admet un prolongement h par continuité en $a=0$

(poser $t=\sqrt{x+1}-1$) puis définir h

Exercice (3)

Soit a un réel .

On considère la fonction f définie par : $\begin{cases} f(x)=x^2-a+1 & ; \quad x\le a \\ f(x)=\dfrac{3x-1}{x+1} & ; \quad x>a \end{cases}$

1) déterminer suivant a l'ensemble de définition D_f

2) déterminer a pour que f soit continue sur $\mathbb{R}$

(on donne $(t-1)^2(t+2)=t^3-3t+2$)

Exercice (4)

Soit f la fonction définie sur $D=\left]-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right[$ par : $f(x)=\tan^2 x-\tan x$

1) calculer les limites de f au bornes de D

2) étudier les variation de f et dresser sa table de variation

3) Soit g la restriction de f sur l'intervalle $I=\left[\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{2}\right[$

a) montrer que g est une bijection de I vers $J=[0,+\infty[$

b) montrer que $\left(\forall x\in[0,+\infty[\right)$ $g^{-1}(x)=\arctan\left(\sqrt{x+\dfrac{1}{4}}+\dfrac{1}{2}\right)$