

🌸 Calcul trigonométrique 🌸

Pr. LATRACH Abdelkbir

TCS.F

✍ Application ①:

Compléter le tableau suivant:

En degrés	0	30	45	60	90		120
En radians						$\frac{\pi}{8}$	

✍ Application ②:

Représenter sur le cercle trigonométrique les points suivants :

$C\left(\frac{\pi}{2}\right)$	$B\left(\frac{\pi}{3}\right)$	$A(0)$
$F\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right)$	$E\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right)$	$D\left(-\frac{\pi}{3}\right)$
$M(103\pi)$	$K(2\pi)$	$G\left(\frac{5\pi}{6}\right)$

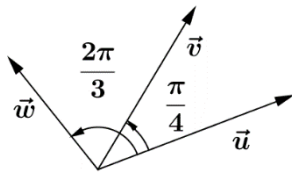
✍ Application ③:

Vérifier si la relation $x \equiv y [2\pi]$ est vraie dans les cas suivants :

- $x = \frac{43\pi}{12}$ et $y = -\frac{5\pi}{12}$
- $x = \frac{-13\pi}{8}$ et $y = \frac{9\pi}{4}$

✍ Application ④:

Déterminer une mesure de l'angle (\vec{v}, \vec{w}) sachant que :



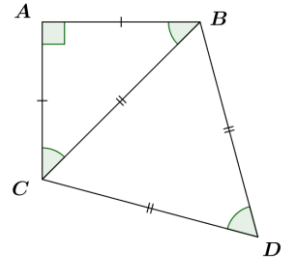
✍ Application ⑤:

Soit (C) d'un cercle trigonométrique (C) de centre O et soient M et N deux points de (C) d'abscisses curvilignes respectives $-\frac{37\pi}{3}$ et $\frac{65\pi}{6}$.

- 1) Trouver les abscisses curvilignes principales de M et N .
- 2) Montrer que : $(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{ON}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$ puis déduire la nature du triangle OMN .

✍ Application ⑥:

On considère dans le plan les triangles ABC et BDC représentés dans la figure ci-contre:



Déterminer la mesure principale

des mesures suivantes:

$$(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) \quad (\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{DB}) \quad (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \quad (\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DB}) \quad ;$$

$$(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{DB})$$

✍ Activité ①:

Soit ABC un triangle rectangle en A tel que $AB = 3$ et $BC = 4$. Calculer $\sin \hat{B}$, $\cos \hat{B}$ et $\tan \hat{B}$.

✍ Application ⑦:

Soit x un nombre réel.

1) Simplifier les expressions suivantes:

- $A(x) = 1 - (\cos(x) + \sin(x))^2$
- $B(x) = (\sin x + \cos x)^2 + (\sin x - \cos x)^2$
- $C(x) = \cos^2(x) - 2\sin^2(x) - 1$
- $D(x) = \sin^3(x) \cos(x) + \sin(x) \cos^3(x)$

2) Calculer $D(0)$, $D(\frac{\pi}{2})$, $D(\pi)$ et $D(17\pi)$

✍ Application ⑧:

Les questions de cet exercice sont indépendantes :

1) Soit α un nombre réel de $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ tel que : $\sin(\alpha) = \frac{2}{3}$.

Déterminer $\cos(\alpha)$ et $\tan(\alpha)$.

2) Soit α un nombre réel de $\left]-\frac{\pi}{2}; 0\right]$ tel que : $\cos(\alpha) = \frac{1}{2}$

Déterminer $\sin(\alpha)$ et $\tan(\alpha)$.

3) Sachant que : $\tan\left(\frac{\pi}{8}\right) = \sqrt{2} - 1$.

Montrer que $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right) = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$ puis calculer $\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$

✍ Application ⑨:

1) Ecrire, en fonction de $\cos(x)$ et $\sin(x)$, les expressions suivantes :

$$A(x) = \sin(-x) - \cos(-x) + \sin(\pi + x) + \cos(\pi - x)$$

$$B(x) = \sin(x + 10\pi) - \cos(3\pi - x) + \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$$

$$C(x) = 4\sin(x + 7\pi) - 2\sin(13\pi - x) + \cos\left(\frac{5\pi}{2} - x\right)$$

$$D(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\cos(\pi - x) + \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\sin(\pi - x)$$

$$E(x) = \cos^2(x + 111\pi) + \sin^2(9\pi - x) + \cos^2\left(x + \frac{9\pi}{2}\right)$$

2) Ecrire, en fonction de $\tan(x)$, les expressions suivantes :

$$F(x) = \tan(5\pi + x) + \tan(5\pi - x) + \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$G(x) = \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\tan(\pi - x) + \tan^2\left(x - \frac{9\pi}{2}\right)$$

Application ①:

Calculer $\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right)$, $\sin\left(\frac{65\pi}{4}\right)$ et $\tan\left(\frac{19\pi}{6}\right)$.

Application ①①:

Résoudre dans l'intervalle I les équations et les inéquations suivantes :

$$\otimes \cos(x) = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ et } \cos(x) < \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ avec } I = [-\pi, \pi].$$

$$\otimes 2\cos(x) + \sqrt{3} = 0 \text{ et } 2\cos(x) + \sqrt{3} \geq 0 \text{ avec } I = [-\pi, 3\pi].$$

Application ①①:

Résoudre dans l'intervalle I les équations et les inéquations suivantes :

$$\otimes \sin(x) = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ et } \sin(x) < \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ avec } I = [0, 2\pi].$$

$$\otimes 2\sin(x) + \sqrt{3} = 0 \text{ et } 2\sin(x) + \sqrt{3} \geq 0 \text{ avec } I = [-2\pi, \pi]$$

Application ①②:

Résoudre dans l'intervalle I les équations et les inéquations suivantes :

$$\otimes \tan(x) = 1 \text{ et } \tan(x) < 1 \text{ avec } I = [0, 2\pi].$$

$$\otimes \tan\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \sqrt{3} = 0 \text{ et } \tan\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \sqrt{3} \geq 0$$

avec $I = [-2\pi, \pi]$.

Application ①③:

Soit (C) un cercle de diamètre $[AB]$.

Montrer que pour tout C du cercle (C) le triangle ABC est rectangle en C .

Application ①④:

Soit ABC un triangle équilatéral tel que $AB = 3$.

Calculer la surface de ce triangle.

Application ①⑤:

Soit ABC un triangle tels que : $AB = \sqrt{3}$ et

$$AC = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2} \text{ et } \widehat{AC} = \sqrt{2} \text{ et } \widehat{BCA} = \frac{\pi}{3}.$$

1) Calculer $\sin(\widehat{BAC}) = \frac{\pi}{3}$, puis déduire la mesure de \widehat{BAC} .

2) Vérifier que $\widehat{ABC} = \frac{5\pi}{12}$, puis calculer $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$.

3) En déduire $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$.

🌸 Devoir maison 1 S II 🌸

Exercice ①:

Soit x un nombre réel de l'intervalle $\left]0, \frac{\pi}{2}\right[$.

On pose : $A = 2\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sqrt{3}\sin(\pi - x) + \cos(\pi - x)$
 et $B = \sqrt{3}\cos^3(x) + \sqrt{3}\cos(x)\sin^2(x) + \sin(x)$.

① Montrer que : $A = \cos(x) + \sqrt{3}\sin(x)$
 et $B = \sqrt{3}\cos(x) + \sin(x)$.

② Résoudre dans \mathbb{R}^2 le système : $\begin{cases} x + \sqrt{3}y = \sqrt{3} \\ \sqrt{3}x + y = 2 \end{cases}$

③ Déterminer la valeur de x si $A = \sqrt{3}$ et $B = 2$.

Exercice ②:

Soit x un nombre réel. On pose : $A(x) = 2\cos^2(x) + \sin(x) - 1$.

① Calculer : $A\left(\frac{31\pi}{6}\right)$.

② Vérifier que : $A(x) = (1 - \sin(x))(1 + 2\sin(x))$.

③ Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $A(x) = 0$.