Série 7 :Trigonométrie I

Exercice 1 :

Soit x un nombre réel, simplifier les expressions suivantes :

$A(x) = 2sin^2(x) + 3cos^2(x) - 1$ $\quad$ $B(x) = (cos(x) + sin(x))^2 - 1$

$C(x) = cos^2(x) - cos^2(x).sin^2(x)$ $\quad$ $D(x) = (2cos(x) + sin(x))^2 + (2cos(x) - sin(x))^2$

$E(x) = cos^5(x) + cos^3(x).sin^2(x)$ $\quad$ $F(x) = cos^4(x) - cos^2(x) + sin^2(x) - sin^4(x)$

$G(x) = cos^6(x) + sin^6(x) + 3sin^2(x).cos^2(x)$ $\quad$ $H(x) = cos^6(x) + sin^6(x) - 2sin^4(x) - cos^4(x) + sin^2(x)$

$K(x) = 2\left(cos^6(x) + sin^6(x)\right) - 3\left(cos^4(x) + sin^4(x)\right)$ $\quad$ $L(x) = \sqrt{sin^4x + 4cos^2x} + \sqrt{cos^4x + 4sin^2x}$

$$P(x) = \frac{cos(x)}{1 + sin(x)} + \frac{sin(x)}{1 + cos(x)} + \frac{(1 - cos(x))(1 - sin(x))}{cos(x).sin(x)}$$

Exercice 2 :

Simplifier les expressions suivantes :

$A = cos^2(\frac{\pi}{8}) + cos^2(\frac{3\pi}{8}) + cos^2(\frac{5\pi}{8}) + cos^2(\frac{7\pi}{8})$

$B = sin^2(\frac{\pi}{12}) + sin^2(\frac{5\pi}{12}) + sin^2(\frac{7\pi}{12}) + sin^2(\frac{13\pi}{12})$

$C = cos^2(\frac{\pi}{12}) + cos^2(\frac{11\pi}{12}) + 2cos^2(\frac{5\pi}{12})$

$D = cos(\frac{\pi}{12}).sin(\frac{7\pi}{12}) + sin(\frac{\pi}{12}).(\frac{5\pi}{12})$

$B = sin^2(\frac{\pi}{12}) + sin^2(\frac{3\pi}{12}) + sin^2(\frac{5\pi}{12}) + sin^2(\frac{7\pi}{12}) + sin^2(\frac{9\pi}{12}) + sin^2(\frac{11\pi}{12})$

Exercice 3 :

On considère que : $\quad \cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$

1°/- Calculer : $\sin\left(\frac{2\pi}{5}\right)$

2°/- Déduire : $\sin\left(\frac{-2\pi}{5}\right)$; $\sin\left(\frac{3\pi}{5}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{10}\right)$

Exercice 4 :

Soit x un nombre réel, montrer que :

1°/ $sin^4(x) - cos^4(x) = sin^2(x) - cos^2(x)$

2°/ $sin^4(x) + cos^4(x) = 1 - 2sin^2(x)cos^2(x)$

3°/ $sin^6(x) + cos^6(x) = 1 - 3sin^2(x)cos^2(x)$

4°/ $sin^2(\frac{2\pi}{5}) - cos^2(\frac{2\pi}{5}) = cos^2(\frac{\pi}{10}) - sin^2(\frac{\pi}{10})$

Exercice 5 :

Soit x un nombre réel, on pose : $A(x) = sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$

Montrer que : $A(-x) = A(x)$ et $A(\pi - x) = -A(x)$

Exercice 6 :

Simplifier les expressions suivantes :

$A = tan(\frac{17\pi}{2} - x) + tan(\frac{51\pi}{2} + x) + tan(\frac{25\pi}{2} + x)$

$B = tan(\frac{83\pi}{2} + x) \times cos(\frac{51\pi}{2} - x)$

$C = tan(\frac{\pi}{8}) + tan(\frac{3\pi}{8}) + tan(5\frac{\pi}{8}) + tan(\frac{7\pi}{8})$

Exercice 7 :

Soit x un nombre réel ;

1°/ Montrer que : $cos^6x + sin^6x = 1 - 3cos^2x + 3cos^4x$

2°/ Déduire que : $cos^6x + sin^6x \geqslant \frac{1}{4}$

Exercice 8 :

1°/ Calculer $cos(x)$ et $sin(x)$ sachant que $tan(x) = 2$ et $-\pi < x < -\frac{\pi}{2}$

2°/ Calculer $cos(x)$ et $tan(x)$ sachant que $sin(x) = \frac{-4}{5}$ et $\pi < x < -\frac{3\pi}{2}$

3°/ Calculer $sin(x)$ et $tan(x)$ sachant que $cos(x) = -0,6$ et $\frac{\pi}{2} < x < \pi$

Exercice 9 :

Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls tel que : $\overline{(\vec{u}, \vec{v})} \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$

Déterminer les mesures des angles orientés : $\widehat{(\vec{v}, \vec{u})}$; $\widehat{(\vec{u}, -\vec{v})}$; $\widehat{(-\vec{u}, -\vec{v})}$; $\widehat{(-\vec{u}, \vec{v})}$; $\widehat{(-3\vec{u}, 2\vec{v})}$

Exercice 10 :

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :
$cos(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $2sin(x - \frac{\pi}{3}) = 1$; $\sqrt{3} - 2cos(2x) = 0$; $tan(2x - \frac{\pi}{6}) = 1$