Fonctions Linéaires et Affines

3APIC

Pr. BENSOLTANE FOUAD

I- Fonction Lineaire :

*** Définition :** Une fonction f est dite linéaire si elle est de la forme : $f(x) = ax$

Tel que : a : le coefficient de la fonction linéaire. [*Pour le calculer*: $a = \frac{f(x)}{x}$]

x : est l'antécédent de ax par la fonction f.

ax : est l'image de x par la fonction f.

La Représentation graphique d'une fonction linéaire est : une droite passe par l'origine de repère O.

Pour construire une fonction linéaire on a besoin juste d'un point par exemple

$f(a) = b$; Alors c'est le point $(a; b)$.

Donc la droite qui représente la fonction linéaire passe par le point O l'origine de repère et ce point de coordonne $(a; b)$.

Pour déterminer le coefficient de la fonction linéaire on calcule : $a = \frac{f(x)}{x}$

Exemples :

3. f est une fonction linéaire tel que : $f(2) = 6$

❖ Déterminer la fonction f :

On a f est une fonction linéaire ; alors il s'écrit sous la forme $f(x) = ax$

Déterminer a : On sait que ; $a = \frac{f(x)}{x} = \frac{f(2)}{2} = \frac{6}{2} = 3$

Donc : $f(x) = 3x$

4. On considere la fonction $g(x) = 5x$

d) Calculer $g(1)$ et $g(-2)$:

On a : $g(x) = 5x$; donc $g(1) = 5 \times (1) = 5$. Alors : $g(1) = 5$

On a : $g(x) = 5x$; donc $g(-2) = 5 \times (-2) = -10$. Alors : $g(-2) = -10$

e) Calculer les antécédents de 3 et $\frac{1}{2}$

On a : $g(x) = 5x$ et : $g(x) = 3$

Alors : $5x = 3$

Donc : $x = \frac{3}{5}$

On a : $g(x) = 5x$ et : $g(x) = \frac{1}{2}$

Alors : $5x = \frac{1}{2}$

Donc : $x = \frac{1}{5\times2} = \frac{1}{10}$

f) Calculer x qui a pour image 15 par la fonction g.

On a : $g(x) = 5x$ et : $g(x) = 15$

Alors : $5x = 15$ Donc : $x = \frac{15}{5} = 3$

II- Fonction Affine :

*** Définition:** Une fonction f est dite Affine si elle est de la forme : $f(x) = ax + b$

Tel que : a : le coefficient de la fonction Affine. [*Pour le calculer*: $a = \frac{f(x)-f(y)}{(x)-(y)}$]

x : est l'antécédent de ax par la fonction f.

ax+b : est l'image de x par la fonction f.

La Représentation graphique d'une fonction Affine est : une droite qui ne passe pas par l'origine de repère O.

Pour construire une fonction Affine on a besoin de deux points par exemple :

$f(a) = b$ et $f(c) = d$; Alors se sont les points de coordonnes $(a; b)$ et $(c; d)$.

Donc la droite qui représente la fonction affine passe par ces deux points.

Exemples :

1. f est une fonction Affine tel que : $f(3) = 5$ et $f(2) = 1$

❖ Déterminer la fonction f :

On a f est une fonction linéaire ; alors il s'écrit sous la forme $f(x) = ax + b$

Déterminer a : On sait que ; $a = \frac{f(x)-f(y)}{x-y} = \frac{f(3)-f(2)}{(3)-(2)} = \frac{5-1}{1} = 4$. Donc : $f(x) = 4x + b$.

Déterminer b :On a $f(2) = 1$; Alors : $4 \times 1 + b = 1$; Donc : $4 + b = 1$

Alors : $b = 1 - 4 = -3$; Donc : $g(x) = 4x - 3$

2. On considere la fonction $g(x) = 2x + 1$

a) Calculer $g(1)$ et $g(-2)$:

On a : $g(x) = 2x + 1$; donc $g(1) = 2 \times (1) + 1 = 3$. Alors : $g(1) = 3$,

On a : $g(x) = 2x + 1$; donc $g(-2) = 2 \times (-2) + 1 = -4 + 1 = -3$, Alors: $g(-2) = -3$

b) Calculer les antécédents de 3 et $\frac{1}{2}$:

On a : $g(x) = 2x + 1$ et : $g(x) = 3$

Alors : $2x + 1 = 3$; cad : $2x = 3 - 1$

Donc : $2x = 2$; Alors : $x = \frac{2}{2} = 1$

On a : $g(x) = 2x + 1$ et : $g(x) = \frac{1}{2}$

Alors : $2x + 1 = \frac{1}{2}$; cad : $2x = \frac{1}{2} - 1 = \frac{1-2}{2}$

Donc : $2x = \frac{-1}{2}$; cad : $x = \frac{-1}{2\times2} = \frac{1}{4}$

c) Calculer x qui a pour image 1 par la fonction g.

On a : $g(x) = 2x + 1$ et : $g(x) = 1$

Alors : $2x + 1 = 1$; Donc : $2x = 1 - 1$; Alors : $2x = 0$; Donc : $x = \frac{0}{2} = 0$