MANTI	DEVOIR 2	1ÈRE BAC

EXERCICE 1

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\dfrac{x^2+2x-3}{x^2-2x+3}$; soit (C) la courbe de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$

1) étudier les branches infinies de la courbe (C)

2) étudier la position de (C) par rapport à la droite (D) : $y=1$

3) a) montrer que $(\forall x\in\mathbb{R})$ $f'(x)=\dfrac{4\left(-x^2+3x\right)}{\left(x^2-2x+3\right)^2}$

b) dresser le tableau de variations de f

4) tracer la courbe (C)

EXERCICE 2

Soit f la fonction définie par : $f(x)=\dfrac{x^3-4x}{x^2-1}$

et soit (C) la courbe de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$

1) déterminer D le domaine de définition de f et montrer que f est une fonction impaire

2) calculer les limites $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to1\\x>1}} f(x)$ et $\lim\limits_{\substack{x\to1\\x<1}} f(x)$

3) a) vérifier que $(\forall x\in D)$ $f(x)=x-\dfrac{3x}{x^2-1}$

b) en déduire l'équation de l'asymptote oblique à la courbe (C) en $+\infty$

c) étudier la position relatif de (C) et la droite (Δ) $y=x$

4) a) montrer que $(\forall x\in D)$ $f'(x)=1+\dfrac{3\left(x^2+1\right)}{\left(x^2-1\right)^2}$

b) étudier les variations de f puis donner le tableau de variations

5) a) prouver que $(\forall x\in D)$ $f''(x)=\dfrac{-6x\left(x^2+3\right)}{\left(x^2-1\right)^3}$

b) étudier la concavité de la courbe (C)

6) tracer la courbe (C)

7) soit m un paramètre réel .

déterminer graphiquement suivant m le nombre de solutions de l'équation $x^2(x-m)=4x-m$