

لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي : $f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$

و لتكن (\mathcal{C}_f) منحناها في معلم متعامد ممنظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(1) حدد D مجموعة تعريف الدالة f . (0.5)

(2) احسب $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$ ثم اعط تأويلا هندسيا للنتيجة المحصل عليها. (1.5)

(3) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. (1)

(ب) تحقق من أن : $(\forall x \in D) : f(x) = x + \frac{1}{x+1}$. (0.5)

(ج) استنتج أن المنحنى (\mathcal{C}_f) يقبل عند $+\infty$ وعند $-\infty$ مستقيما مقاربا محددتا معادلته. (1)

(4) أ) بين أن : $(\forall x \in D) : f'(x) = \frac{x^2 + 2x}{(x+1)^2}$. (1)

(ب) استنتج تغيرات الدالة f ثم ضع جدول تغيراتها. (1.5)

(5) أ) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (\mathcal{C}_f) عند النقطة ذات الأضلاع $x_0 = 1$. (0.5)

(ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (\mathcal{C}_f) و المستقيم ذي المعادلة $y = x$. (1)

(ج) بين ان $I(-1; -1)$ مركز تماثل المنحنى (\mathcal{C}_f) . (1)

(6) انشئ ، في المعلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ، المماس (T) و المنحنى (\mathcal{C}_f) . (1.5)

(7) ناقش ، حسب قيم البارامتر الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة : $f(x) = m$. (1)

التمرين الثاني : (7 نقط)

I - حل ، في المجموعة \mathbb{R} ، المعادلة : $(E) : 2 \sin x - 1 = 0$. (1)

II - لكل x من \mathbb{R} ، نضع : $A(x) = \sin(2x) + \cos(2x) + \sin x - \cos x - 1$.

(1) احسب $A\left(\frac{\pi}{2}\right)$ و $A\left(\frac{\pi}{3}\right)$. (0.5+0.5)

(2) أ) بين أن : $(\forall x \in \mathbb{R}) : \sin(2x) + \cos(2x) - 1 = 2 \sin x (\cos x - \sin x)$. (1)

(ب) و $\cos x - \sin x = \sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$. (1)

(ب) استنتج أن : $(\forall x \in \mathbb{R}) : A(x) = \sqrt{2} (2 \sin x - 1) \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$. (1)

(3) حل ، في المجال $[0; 2\pi]$ ، المعادلة : $A(x) = 0$. (1)

(4) حل ، في المجال $[0; 2\pi]$ ، المتراجحة : $A(x) < 0$. (1)