

Durée du devoir :
60 mn

Devoir surveillé
(produit scalaire)

TCS
prof: atmani najib

Indications : Toutes les réponses doivent être justifiées.
L'usage de la calculatrice est autorisé.

Exercice 1 : (15 points)

Soit ABC un triangle tel que : $CB = 4$, $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 12$ et $\angle BCA = \frac{\pi}{4}$

1. a) Montrer que $\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CA} = CB^2 - \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BA}$
b) Montrer que : $\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CA} = 4$
c) Déduire que $CA = \sqrt{2}$
2. En utilisant le théorème d'AL-KASHI,
montrer que $AB = \sqrt{10}$
3. Soit I le milieu de $[BC]$
Montrer que $AI = \sqrt{2}$
4. Soit D le point tel que : $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC})$
 - a) Montrer que : $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -2$ (en utilisant $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 12$)
 - b) Montrer que $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 1$ et que $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} = 1$
 - c) Déduire que (AD) et (BC) sont perpendiculaires

Exercice 2 : (5 points)

Résoudre dans \mathbb{R} puis dans l'intervalle $[0; 4\pi]$ l'équation :

$$\sqrt{2} \cos(x) - 1 = 0$$