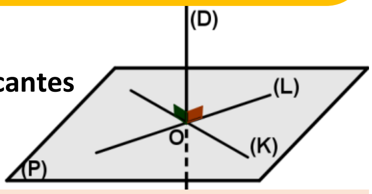
3APIC	Géométrie dans l'espace	MUSTAPHA DAHAMOU

I-Orthogonalité d'une droite et d'un plan

Propriété : Si une droite (D) est **orthogonale** à deux droites sécantes du plan (P), alors elle est **orthogonale** au plan (P). On écrit (D)⊥(P).
Par suite, (D) est **orthogonale** à toutes droites de plan (P).

- On a (D)⊥(L) et (D)⊥(K),
- Et comme (L) et (K) sont sécantes et incluses dans le plan (P),
- Alors (D)⊥(P)



Exercice 1 :

ABCDEFGH est un parallélépipède rectangle

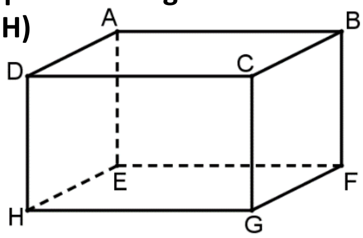
1. Montrons que (CG)⊥(EFGH)

On a CGFB est un …………….

Alors (CG)⊥(….).

Et on a CGHD est un ………..

Alors (CG)⊥(….).



Et puisque (…..) et (…..) sont ……………… et ……………….

Dans le plan (………) alors (CG)⊥(…….)

2. En déduire que (CG)⊥(GE)

On a (CG) est perpendiculaire au plan (……) et comme la droite (…..) est incluse dans ce plan alors (CG)⊥(…..)

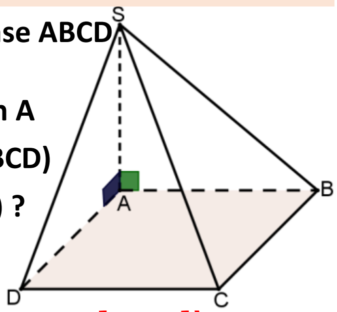
Exercice 2 :

SABCD une pyramide de base ABCD
Telle que les deux triangles SAD et SAB sont rectangles en A

1- Montrer que (SA)⊥(ABCD)

2- Comment appelle-ton (SA) ?

3- En déduire que (SA)⊥(AC)



II- Théorème de Pythagore dans l'espace

SABCD une pyramide régulière

Telle que $AB = 3\sqrt{2}$ et SD= 5

1- Calculer AC :

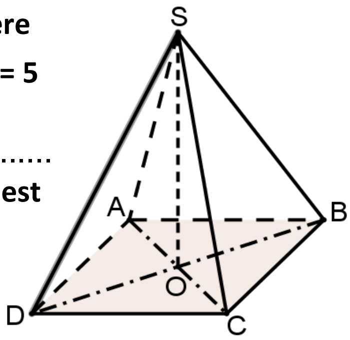
On a SABCD est une ………………..

……………. Alors sa base ABCD est

Un ………….

D'où le triangle ADC est

………………………………………



Et d'après le théorème de Pythagore :

AC^2 = ……………. → AC^2 = ………………. → AC = …….

2- Montrer que le triangle SOA est rectangle. puis calculer SA

On a (SO) est la ……………… de SABCD

Donc (SO)⊥(……….) et puisque (……)⊂ (…………)

Alors (SO)⊥(….) d'où le triangle SOA est rectangle en…

Et d'après le théorème de Pythagore :

SO^2 = ……………. → SO^2 = ………………. → SO = …….

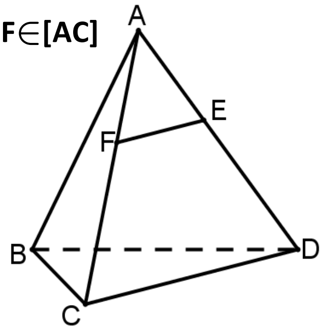
III- Théorème de Thalès dans l'espace

Exercice 3 :

ABCD un tétraèdre, E∈[AD]et F∈[AC]

Tels que (EF)//(DC),
AE=3, AD=9 et EF=2

■ Calculer DC



Dans le triangle ADC on a :

E∈[AD] et F∈[AC]

Tels que ……………………..

Alors d'après le théorème de Thalès :

$\frac{....}{....} = \frac{....}{....} = \frac{....}{....}$ → $\frac{....}{....} = \frac{....}{....}$ → DC = ………..

IV- Agrandissement et réduction :

Définition :

Agrandir ou **réduire** une figure ou un solide, c'est multiplier toutes ses dimensions par un même nombre ***K***.

- Si ***K*** **> 1** , on parle **d'agrandissement.**
- Si **0<** ***K*** **<1** , on parle de **réduction.**

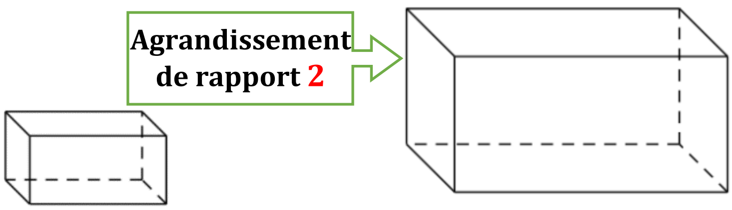
Propriété : Lors d'un **agrandissement** ou d'une **réduction** de coefficient ***k*** *:*
- Les **longueurs** sont multipliées par ***k***.
- Les **aires** sont multipliées par k^2
- Les **volumes** sont multipliés par k^3

Résumé :

Dans un agrandissement ou réduction de rapport K :

- $k = \dfrac{\text{Longueur obtenue}}{\text{Longueur inétiale}}$
- Longueur obtenue = Longueur inétiale × k
- Aire obtenue = Aire inétiale × k^2
- Volume obtenue = Volume inétiale × k^3

Example:



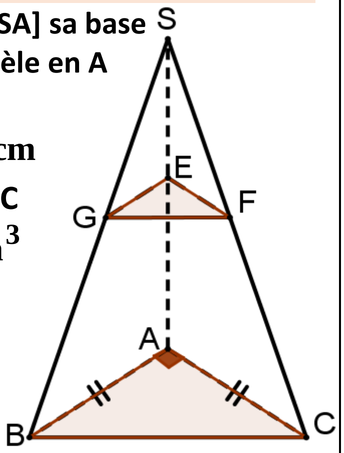
Longueurs		Longueurs
Hauteur : 1 cm Largeur : 2 cm Profondeur : 0,5 cm	×2	Hauteur : 2 cm Largeur : 4 cm Profondeur : 1 cm
Aire (face de devant) 2x1 = 2cm²	$\times 2^2$	Aire (face de devant) 4x2 = 8cm²
Volume : 2x0,5x1 = 1cm³	$\times 2^3$	Volume : 4x1x2 = 8cm³

Exercice 4 :

SABC un tétraèdre de hauteur [SA] sa base le triangle ABC rectangle et isocèle en A Tels que AB=2cm et SC=7cm.

1) Montrer que $SA = 3\sqrt{5}$ cm
2) Soit V le volume de SABC
-- Montrer que : $V = 2\sqrt{5}\ cm^3$
3) la pyramide SEFG est une réduction de SABC telle que

$SE = \frac{\sqrt{5}}{5} SA$

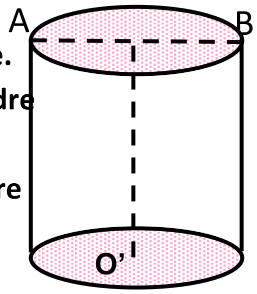


a- Déterminer K le rapport de réduction
b- Calculer V' le volume de la pyramide SEFG
c- Calculer S' l'aire de la base GEF.

Exercice 5 :

On considère le cylindre de révolution ci-dessous tel que : AB = 2 cm et h = 10cm

1- Calculer V le volume du cylindre.
2- Calculer S_L l'aire latérale du cylindre
3- Calculer h' la hauteur S'_L l'aire latérale et V' le volume de cylindre obtenu après un agrandissement de rapport 2.

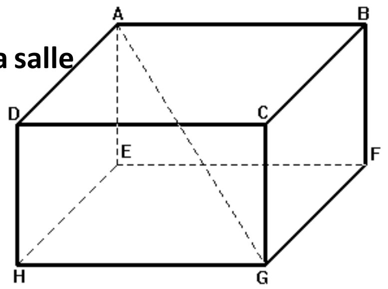


Exercice 6 :

Une salle de classe en forme de pavé droit ABCDEFGH tel que : AB = 6m ,AE = 3m et AD=2m

1) Montrer que le triangle AEG est rectangle en E
2) Montrer que AG = 7m
3) Calculer le volume de la salle
4) On a réaliser une maquette à cette salle à l'echelle $\frac{1}{10}$

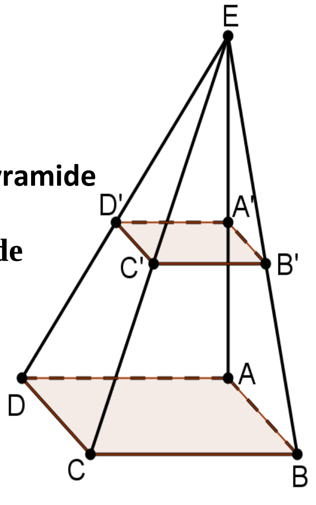
- Montrer que le volume de la maquette est $v' = 3{,}6 \times 10^{-2}\ m^3$



Exercice 7 :

Pour la pyramide SABCD ci-dessous la base ABCD est un rectangle, la hauteur est (SB)
AB=3cm, BC=9cm et SB=6cm

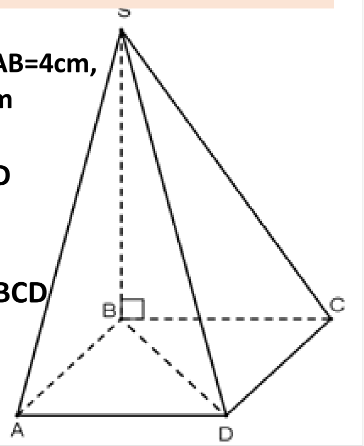
1- Calculer SC
2- Calculer l'aire de la base
3- Calculer V le volume de la pyramide
4- La pyramide SA'B'C'D' est une réduction de la pyramide SABCD tel que $V' = 16\ cm^3$
5- Montrer que le rapport De cette est reduction est $\frac{2}{3}$
6- Calculer SA'
7- Calculer l'aire de A'B'C'D'



Exercice 8 :

SABCD une pyramide telle que la base ABCD est un rectangle, AB=4cm, AD=3cm , SB=12cm et SD=13cm

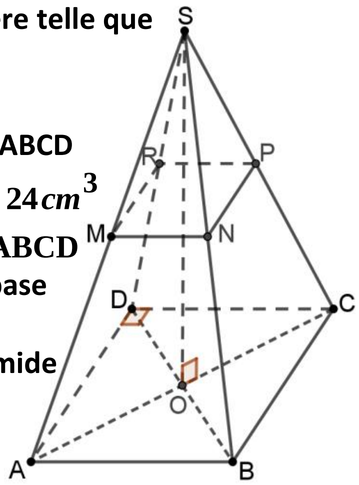
1) Montrer que DB=5cm
2) Montrer que le triangle SBD est rectangle.
3) En déduire que (SB)⊥(ABC)
4) Calculer V le volume de SABCD
5) Par un agrandissement de SABCD d'un rapport 10, on obtient une pyramide de volume V ', calculer V '



Exercice 9 :

SABCD une pyramide régulière telle que DB = 6, SA = 6 cm.

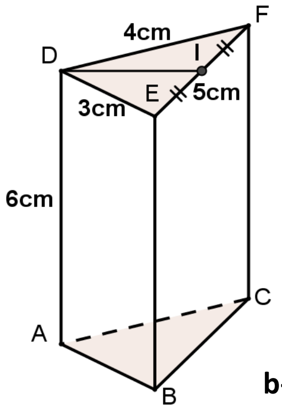
1- Vérifier que $AB = 3\sqrt{2}$
2- Calculer l'aire de la base ABCD
3- Montrer que: $V_{SABCD} = 24cm^3$
4- On coupe la pyramide SABCD par un plan parallèle à la base passant M tel que SM = 4
On obtient ainsi une pyramide réduite SMNPR.
a- Vérifier que le rapport de réduction est $\frac{2}{3}$.
b- En déduire l'aire de MNPR et le volume de SMNPR



Exercice 10 :

On considère ABCDEF le prisme droit ci-contre :

1- Montrer que DEF est rectangle
2- Calculer DI
3- Montrer que (AD)⊥(DI)
4- Montrer que: $V_{ABCDEF} = 36cm^3$
5- Par une réduction de ce prisme, on obtient un prisme d'une base d'aire 24cm²
a - Déterminer le rapport de réduction.
b- Calculer le volume prisme réduit.



Exercice 11 :

ABCDEFGH un cube et AB = 4
I,J,M,N et P les milieux de [BC],[CG],[DI],[DC] et [DJ].

1) Calculer le volume de ABCDEFGH et celui de DCIJ
2) Montrer que (MN)//(IJ)
3) Calculer MN et DM.
4) Le tétraèdre DMNP est une reduction de DCIJ de rapport K; Calculer le rapport K et le volume de DMNP