***TD :** LA DERIVATION :* **Exercices d’applications et de réflexion**

PROF : ATMANI NAJIB 1BAC BIOF

TD :LA DERIVATION

Exercice1 : On considère la fonction f dénie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x^2+x-3$. Justifier que f est dérivable en -2 et préciser $f'(-2)$

Exercice2 : Calculer le nombre dérivé de $f(x)=x^3+x$ en a = 1 en utilisant la deuxième formulation de la dérivation

Exercice3 : Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\begin{cases} f(x)=3x^2+x; x\prec 0 \\ f(x)=-2x^2+3x; x\geq 0 \end{cases}$$

Montrer que $\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=3$ et que $\lim\limits_{x\to 0^-}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=1$

Que peut-on conclure ?

Exercice4 : soit f une fonction définie par :

$$\begin{cases} f(x)=\sqrt{x}\dots x\geq 1 \\ f(x)=\frac{1}{4}x^2+\frac{3}{4}\dots x\prec 1 \end{cases}$$

étudier la dérivabilité de f en $x_0=1$

Exercice5 : soit f une fonction définie par :

$f(x)=x^2-|x|$

étudier la dérivabilité de f en $x_0=0$

Exercice6 : Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\begin{cases} f(x)=3x^2+x; x\prec 0 \\ f(x)=-2x^2+3x; x\geq 0 \end{cases}$$

1- Montrer que f est dérivable en $a=-2$.

2- f est–elle dérivable en 0.

Exercice7 : Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$f(x)=|x^2-2x-3|+2x$

1- Ecrire une expression de f sur $\mathbb{R}$ sans valeur absolu.

2- Etudier la dérivabilité de f à droite et à gauche de −1.

3- f est-elle dérivable en −1.

Exercice8 Déterminer une fonction affine tangente en −3 de la fonction $f(x)=\frac{2x}{x^2+1}$.

Exercice9 : Donner une approximation de $sin3$

Exercice10 : soit f une fonction définie sur $]-\pi;\pi[$ par :

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^2}{\tan\frac{x}{2}}\dots si.x\neq 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$$

1)étudier la dérivabilité de f en 0

2)Donner une valeur approchée du nombre : $f(10^{-5})$

Exercice11 :Déterminer l’équation de la tangente à la courbe de la fonction $f(x)=\sin x$ en $A(0, f(0))$

Exercice12 :soit f une fonction définie par :

$$\begin{cases} f(x)=(1+x)\sqrt{1-x^2}\dots 0\leq x\leq 1 \\ f(x)=\sqrt{x^3-x}\dots x\succ 1 \end{cases}$$

1)déterminer le domaine de définition de f

2)étudier la dérivabilité de f à droite en $x_0=0$ et donner une interprétation géométrique du résultat

3)étudier la dérivabilité de f à droite et à gauche en $x_0=1$ et donner une interprétation géométrique

Exercice13 : soit f une fonction définie par :

$f(x)=|x^2-1|$

1)étudier la dérivabilité de f à droite en $x_0=1$ et donner une interprétation géométrique du résultat

2)étudier la dérivabilité de f à gauche en $x_0=1$ et donner une interprétation géométrique du résultat

3)étudier la dérivabilité de f en $x_0=1$ et donner une interprétation géométrique du résultat

4)donner l’équation de la demie tangente à droite a la courbe de f en en $x_0=1$

4)donner l’équation de la demie tangente à gauche a la courbe de f en en $x_0=1$

Exercice13 : Soit f la fonction définie par :

$f(x) = 2x^2 + x$.

Montrer que f est dérivable sur $\mathbb{R}$

Exercice14 :1- Déterminer la fonction dérivée de la fonction sin sur $\mathbb{R}$.
2- Déterminer la fonction dérivée de la fonction $x \mapsto \frac{1}{x}$ sur $\mathbb{R}^*_+$ et sur $\mathbb{R}^*_-$

Exercice15 : Déterminer les fonctions dérivées des fonctions suivantes :1) $f(x)=11$

2) $f(x)=7x+15$ 3) $f(x)=x^3$ 4) $f(x)=\sin(5x-1)$

Exercice16 :Déterminer la fonction dérivée de la fonction suivante : $f(x)=x^2+7x+15-\frac{1}{x}+\sqrt{x}$

Exercice17 : Déterminer la fonctions dérivée de la fonction suivante : $f(x)=(5x^2+1)(3x-1)$

Exercice18 :Déterminer la fonction dérivée de la fonction : $f(x)=(3x+4)^3$

Exercice19 :Déterminer la fonction dérivée de la fonction : $f(x)=\frac{1}{\sin x}$

Exercice20 :Déterminer la fonction dérivée de la fonction : $f(x)=\frac{3x-1}{x+2}$

Exercice21 :Déterminer la fonction dérivée de la fonction : $f(x)=\sqrt{x^2+8x}$

Exercice22 : Soit $f(x)=\sqrt{x^2-x}$

Etudier le domaine de dérivation de f et déterminer sa fonction dérivée.

Exercice23 : Calculer les fonctions dérivées des fonctions suivantes :

1) $f(x)=4x^4-\frac{1}{3}x^3-x+1$ 2) $f(x)=\frac{3}{x}$

3) $f(x)=4\sqrt{x}-1$ 4) $f(x)=\cos 2x+3\sin 3x$

5) $f(x)=(3x^2+2)(7x+1)$ 6) $f(x)=\frac{1}{5x+7}$ 7) $f(x)=\frac{7x}{x^3+1}$

Exercice24 : Calculer les fonctions dérivées des fonctions suivantes ;

1. $f(x)=\frac{\sqrt{2x^2+1}}{x^2+1}$ 2. $f(x)=\frac{\sin 2x}{\cos 3x+1}$

Exercice25 : déterminer $f'(x)$ dans les cas suivants : 1) $f(x)=\frac{x}{x^2+1}$ 2) $f(x)=\frac{1}{(2x+1)^5}$

3) $f(x)=(5x^3-3)^4$ 4) $f(x)=\sqrt{2x^2-6x+4}$

5) $f(x)=\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$ 6) $f(x)=x+\frac{x^2}{x-1}$

7) $f(x)=\sqrt{\frac{2x+1}{x-3}}$ 8) $f(x)=x\cos x$

9) $f(x)=\tan^2 x$ 10) $f(x)=\cos x\times\sin x$

11) $f(x)=\frac{\cos x+\sin x}{\cos x-\sin x}$ 12) $f(x)=\frac{(1+2x+x^2)^5}{4}$

13) $f(x)=1+x+\frac{x-1}{\sqrt{2+x^2}}$ 14) $f(x)=\frac{\sin 2x}{1-\cos 2x}$

Exercice 26: Etudier le domaine de dérivation de f et déterminer sa fonction dérivée dans les cas suivants :

1) $f(x)=x^2+3x-1$ 2) $f(x)=4\sin x$

3) $f(x)=x^4\cos x$ 4) $f(x)=\sqrt{x}+x^3$

5) $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}$ 6) $f(x)=\frac{6}{4x^2+3x-1}$

7) $f(x)=\frac{4x-3}{2x-1}$ 8) $f(x)=\sqrt{x^2-4}$

9) $f(x)=(2x+3)^5$

Exercice27 : soit f une fonction définie sur $I=]-\pi;\pi[$ par : $\begin{cases} f(x)=2\frac{\cos x-1}{\sin x};si...0\prec x\prec\pi \\ f(x)=\frac{x|x+1|}{x-1};si...-\pi\prec x\leq 0 \end{cases}$

1)monter que f est dérivable en $x_0=0$
et donner l'équation de la tangente a la courbe de f en $x_0=0$

2)a)étudier la dérivabilité de f en $x_0=-1$
b)donner les équations des demies tangentes à a la courbe de f en en $x_0=-1$

Exercice28 : soit f une fonction définie par :

$$f(x)=\sqrt{3x-2}\left(\frac{2x+1}{x-1}\right)^3$$

1)déterminer le domaine de définition D_f de f

2) déterminer le domaine de dérivation de f et déterminer sa fonction dérivée

Exercice29 :en utilisant la dérivée calculer les limites suivantes :1) $\lim\limits_{x\to -1}\frac{(x+2)^{2018}-1}{x+1}$

2) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{6}}\frac{2\sin x-1}{x-\frac{\pi}{6}}$

« C'est en forgeant que l'on devient forgeron »
Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement
Aux calculs et exercices Que l'on devient Un mathématicien