

1) Écriture fractionnaire d'un nombre

a) Définition : Le **quotient** d'un nombre a par un nombre $b \neq 0$, peut se noter $\frac{a}{b}$.

$\frac{a}{b}$ s'appelle une **fraction**.

a est le **numérateur** et b est le **dénominateur** de la fraction $\frac{a}{b}$.

b) Exemples : $\frac{9}{3} = 3$ $\frac{5}{20} = 0,25$ $\frac{4}{4} = 1$ $\frac{0}{12} = 0$ $\frac{7}{1} = 7$

2) Fractions égales

a) Propriété : On ne change pas la valeur d'une fraction $\frac{a}{b}$ si on multiplie le numérateur et le dénominateur par un même nombre non nul k .

$$\frac{a}{b} = \frac{k \times a}{k \times b} \text{ si } k \neq 0 \text{ et } b \neq 0.$$

Exemples : $\frac{2}{5} = \frac{2 \times 2}{5 \times 2} = \frac{4}{10} = 0,4$ $\frac{3,4}{5,1} = \frac{3,4 \times 10}{5,1 \times 10} = \frac{34}{51}$

b) Propriété : Règle de simplification

On ne change pas la valeur d'une fraction $\frac{a}{b}$ si on divise le numérateur et le dénominateur

par un même nombre non nul k . $\frac{a}{b} = \frac{a : k}{b : k}$ si $k \neq 0$ et $b \neq 0$.

On dit que l'on **simplifie la fraction** $\frac{a}{b}$.

Définition : si une fraction ne pas être simplifiée, on dit que c'est une **fraction irréductible**.

Exemples : $\frac{34}{51} = \frac{34 : 17}{51 : 17} = \frac{2}{3}$ $\frac{25}{20} = \frac{5 \times 5}{5 \times 4} = \frac{5}{4} = 1,25$

3) Fractions et proportion

a) Définition : Une proportion est représentée par une égalité de deux fractions.

Exemple : dans une recette pour 6 personnes, il faut 4 œufs, 120 g de beurre, 120 g de farine et 180 g de sucre.

Pour 9 personnes, il faudra

$$\text{car } \frac{9}{6} = \frac{6}{4} = \frac{180}{120} = \frac{270}{180}.$$

b) Propriété : Règle des produits en croix ou règle de trois.

$$\text{Si } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \text{ alors } a \times d = b \times c.$$

$$\text{Si } a \times d = b \times c, \text{ alors } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ et } \frac{a}{c} = \frac{b}{d}.$$

Exemple : trouver x pour que $\frac{15}{18} = \frac{35}{x}$.

D'après la propriété précédente, cela signifie $15 \times x = 18 \times 35$. D'où $x = \frac{18 \times 35}{15} = \frac{3 \times 6 \times 7 \times 5}{3 \times 5}$.

Donc $x = 42$.

4) Comparaison des nombres en écriture fractionnaire

a) Propriété : si 2 nombres en écriture fractionnaire ont le même dénominateur, le plus petit est celui qui a le plus petit numérateur.

Exemple : $\frac{3}{7} \leq \frac{5}{7}$ car les fractions ont le même dénominateur et $3 \leq 5$ et.

b) Fractions de dénominateurs différents :

Pour comparer deux nombres en écriture fractionnaire de dénominateur différents, on commence par les mettre au même dénominateur, puis on applique la propriété précédente.

Exemple : $A = \frac{2}{3}$ et $B = \frac{7}{9}$. Alors $A = \frac{2 \times 3}{3 \times 3} = \frac{6}{9}$.

Donc $A \leq B$ car les deux fractions ont maintenant le même dénominateur et $6 \leq 7$.

c) Propriété : si 2 nombres en écriture fractionnaire ont le même numérateur, le plus petit est celui qui a le plus grand dénominateur.

Exemple : $\frac{8}{7} \leq \frac{8}{5}$ car les fractions ont le même numérateur et $7 \geq 5$.

5) Additions et soustractions

a) Fractions de même dénominateur :

Si b est un nombre non nul, $b \neq 0$, alors

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b} \qquad \frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b} \text{ si } a \geq c.$$

b) Exemples :

$$A = \frac{5}{3} - \frac{2}{3} = \frac{5-2}{3} = \frac{3}{3} \qquad \text{Donc } A = 1.$$

$$B = \frac{7}{3} + \frac{2}{3} = \frac{7+2}{3} = \frac{9}{3} \qquad \text{Donc } B = 3.$$

c) Fractions de dénominateurs différents :

On commence par mettre les fractions au même dénominateur.

On utilise ensuite la règle précédente.

$$C = \frac{2}{3} + \frac{5}{9} = \frac{2 \times 3}{3 \times 3} + \frac{5}{9} = \frac{6}{9} + \frac{5}{9} = \frac{6+5}{9} \qquad \text{Donc } C = \frac{11}{9}.$$

6) Multiplication

a) Multiplication d'une fraction par un nombre :

$$\frac{a}{b} \times c = \frac{a \times c}{b} \text{ si } c \neq 0. \text{ On lit la fraction } \frac{a}{b} \text{ de } c.$$

Remarque : $\frac{a}{b} \times c = \frac{a \times c}{b} = a \times \frac{c}{b}$

Exemple : Les $\frac{5}{12}$ d'une heure = $\frac{5}{12} \times 60 \text{ min} = \frac{5}{12} \times 60 = 5 \times \frac{60}{12} = 5 \times \frac{5 \times 12}{12} = 5 \times 5.$

Donc les $\frac{5}{12}$ d'une heure font 25 minutes.
--

b) Multiplication de deux fractions :

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

Exemple : $A = \frac{5}{8} \times \frac{6}{10} = \frac{5 \times 6}{8 \times 10} = \frac{5 \times 2 \times 3}{8 \times 5 \times 2}$

Donc $A = \frac{3}{8}$.

7) Division de fractions :

a) Inverse d'un nombre : L'inverse d'un nombre non nul a , est $\frac{1}{a}$.

b) Propriété : L'inverse de la fraction $\frac{a}{b}$, $b \neq 0$, est $\frac{b}{a}$, $a \neq 0$.

Donc

$\frac{1}{\frac{a}{b}} = \frac{b}{a}$.

Exemple : $\frac{1}{\frac{-3}{2}} = \frac{2}{-3} = -\frac{2}{3}$

c) Propriété : Diviser, c'est multiplier par l'inverse ;

$\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$.
--

d) Propriété :

$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$; $b \neq 0$, $c \neq 0$ et $d \neq 0$.
--

Exemple : $\frac{\frac{5}{12}}{\frac{-15}{16}} = \frac{5}{12} \times \frac{16}{-15}$. Donc $\frac{\frac{5}{12}}{\frac{-15}{16}} = \frac{5 \times 4 \times 4}{4 \times 3 \times -5 \times 3}$. Donc $\frac{\frac{5}{12}}{\frac{-15}{16}} = -\frac{4}{9}$.