***Limite d’une fonction numérique***

1. ***Limite infinie et limite finie d’une fonction au voisinage de ***
2. ***Limite infinie d’une fonction au voisinage de ***

***☞Activité***

1. Compléter le tableau suivant

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

1. Que remarquez-vous pour et quand  prend des valeurs positives plus en plus grandes ?
2. Que remarquez-vous pour et quand  prend des valeurs négatives plus en plus petites ?
3. Compléter le tableau suivant

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

1. Que remarquez-vous pour quand  prend des valeurs positives plus en plus grandes

***Définition➀***

Soit  une fonction numérique définie dans un voisinage de .

* Si  tend vers  quand  tend vers  alors on écrit  ou et se lit la limite de la fonction  si  tend vers  est .
* Si  tend vers  quand  tend vers  alors on écrit  ou et se lit la limite de la fonction  si  tend vers  est .

***Définition ➁***

Soit  une fonction numérique définie dans un voisinage de .

* Si  tend vers  quand  tend vers  alors on écrit  ou et se lit la limite de la fonction  si  tend vers  est .
* Si  tend vers  quand  tend vers  alors on écrit  ou et se lit la limite de la fonction  si  tend vers  est .

***Propriété***

Soit et soit  on a

   

**;** **;** 

***Exemples :***

 ; (car 2 est pair)  (35 est impair)

  ;   ; **;** 

1. ***Limite finie d’une fonction au voisinage de ***

***☞Activité***

La figure ci-dessous présente la représentation graphique de la fonction définie par  dans un repère orthonormé.



1. Que remarquez-vous pour les valeurs de  si  tend vers 
2. Que remarquez-vous pour les valeurs de  si  tend vers 
3. Peut-on conclure  ; ;  ; 

***Propriété*** :

Soit et soit  on a

**  ;   ; **

***Propriété***

Soit  une fonction numérique et soit  on a :

  ; 

***Application➀***

1. Montrer que 
2. Montrer que 
3. ***Limite finie et limite infinie d’une fonction en un point***
4. ***Limite finie d’une fonction en un point***

***☞Activité***



Soit  un triangle de surface et soit  un point se

 déplace sur le segment  .

On désigne par  la surface du triangle 

1. Que remarquez-vous si  approche plus en plus de 6.
2. Que remarquez-vous si  approche plus en plus de 0.

***Définition***

Soient  et  deux nombres réels

Soit  une fonction numérique définie sur un intervalle ouvert de forme  sachant que  ou définie sur un ensemble de forme .

Si  tend vers  quand  tend vers  alors on écrit 

***Propriété***

Soit  une fonction numérique et Soient  et  deux nombres réels.

Si  admet une limite  en  alors cette limite ***est unique***.

***Remarque***

Pour calculer  ; on remplace  par  :

* Si  alors .
* Si , il faut chercher des méthodes (factorisation par  ; multiplier par le conjugué……) pour éliminer .
* Les formes indéterminées :  ;  ;  ; 

***Application➁***

Calculer les limites suivantes

  ;   ;   ;   ; 

1. ***Limite infinie d’une fonction en un point***

***Définition***

Soit  une fonction numérique et  un nombre réel.

* Si  tend vers  quand  tend vers  alors on écrit  ou .
* Si  tend vers  quand  tend vers  alors on écrit  ou .

**☞*Limite à gauche et limite à droite d’une fonction en un point***

***Définition***

Soit  une fonction numérique et  un nombre réel.

* Si  tend vers  quand  tend vers  à droite alors on écrit  ou .
* Si  tend vers  quand  tend vers  à gauche alors on écrit  ou .

***Remarque***

On peut définir d’une manière analogue  et 

***☞Limites usuelles***

Soit  on a

  ;  ;  ;  

* Si  est pair alors 
* Si  est impair alors 

***Application➂***

Calculer les limites suivantes :

  ;   ;   ;   ;  .

***Propriété*** :

Soit  une fonction numérique et  un nombre réel

* 
* 

***Application➃***

1. Soit  une fonction numérique définie par 

Calculer  et . Conclure

1. Soit  une fonction numérique définie par 

Déterminer le nombre réel  pour que  admet une limite en 2

1. ***Opérations sur les limites***

Dans cette paragraphe  et  désignent des nombres réels et  désigne un réel ou 

1. ***Limite d’une somme***

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  | *F.I* |  |  |  |  |  |

1. ***Limite d’un produit***

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ***0*** | ***0*** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

1. ***Limite d’un quotient***

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

***Application➄***

Calculer les limites suivantes :

  ;   ;   ;   ;   ; 

1. ***Limite d’une fonction polynôme – Limite d’une fonction rationnelle Limite d’une fonction de forme ***
2. ***Limite d’une fonction polynôme***

***Propriété***

Soit  une fonction polynôme et  un nombre réel.

* 
* La limite d’une fonction polynôme au voisinage de  c’est la limite du terme le plus dominant (plus haut degré).

***Exemples***

 .



.

***Application➅***

Calculer les limites suivantes :

  ;   ; 

1. ***Limite d’une fonction rationnelle***

***Propriété***

Soit  une fonction rationnelle et  un nombre réel.

* Si  alors 
* La limite d’une fonction rationnelle au voisinage de  c’est la limite du quotient de termes les plus dominant (plus haut degré au numérateur et plus haut degré au dénominateur).

***Application➆***

  ;   ; 

1. ***Limite d’une fonction de la forme ***

***Propriété*** :

Soit  une fonction définie sur un intervalle de forme   telle que 

* Si  alors 
* Si  alors 

***Remarque*** :

La propriété précédente est reste valable pour  tend vers  ou  ou  ou 

***Application➇***

Calculer les limites suivantes

  ;   ; 

1. ***Limites et ordre***

***Propriétés***

Soient  et  définies sur un intervalle de forme  ou  et soit 

* Si  alors .
* Si  alors 
* Si alors 
* Si  alors 

***Remarque***

Les propriétés sont valables pour  tend vers  ou  tend vers à droite ou à gauche de 

***Exemple*** : Calculons 

On a 

Or on a 

Donc 

***Application➈***

1. Montrer que 
2. Calculer les limites suivantes  et  .
3. ***Limites trigonométriques***

***Propriété ➀***

Soit  on a

  ;   ; 

***Exemple***

 ;   ; 

***Remarque***

Les fonction  , et n’admettent pas de limite au voisinage de 

***Propriété*** ***➁***

 ;  ;  ou 

***Démonstration***

|  |  |
| --- | --- |
| 1. Montrer que

On a  Donc Alors Or D’où Puisque  alors  | 1. Montrer que

On a  ;  Donc  Puisque  Alors  |

1. Montrer que 

On a 

On pose  donc si  alors 

Par conséquent 

D’où 

***Résultats*** :

Soit  on a

 ;   ;   ; 

***Application➀🄋***

Calculer les limites suivantes

  ;   ;   ; 