

Activité ① :

Soient $(x-1)$ et $(x+1)$ et $(x+4)$ les dimensions d'un parallélépipède tel que x un nombre réel supérieure strictement à 1.

Application ① :

Compléter le tableau suivant :

Les expressions	Polynôme ?		deg(P(x))	Coef de monôme de degré	
	Oui	Non		2	3
$x^6 + 24x^2 + \frac{\sqrt{2}}{5}$					
$x^4 - x + 4$					
$2x^2 + \sqrt{x} + 2$					
6					
$2\left(\frac{1}{x}\right)^2 + x$					

Activité ② :

1) Est-ce que les polynômes $P(x)$ et $Q(x)$ dans les cas suivants ?

- $P(x) = x^4 + 2x^2 + x$ et $Q(x) = 2x^2 + x$
- $P(x) = x(x+1)^2 - x^2 + 1$ et $Q(x) = x^3 - x^2 + x + 1$

2) Donner la forme générale d'un polynôme de second degré.

Application ② :

On considère $P(x)$ et $Q(x)$ deux polynômes tels que :

$$P(x) = 4x^2 - (b-3)x \text{ et } Q(x) = ax^2 + 2x + c.$$

Déterminer les réels a , b et c pour que les polynômes $P(x)$ et $Q(x)$ soient égaux.

Activité ③ :

On considère $P(x)$ et $Q(x)$ deux polynômes tels que :

$$P(x) = 4x^2 - 3x + 1 \text{ et } Q(x) = -3x^3 + x.$$

Calculer $P(x) + Q(x)$ et $P(x) - Q(x)$.

Calculer $P(x) \times Q(x)$, puis comparer $d^\circ(P(x) \times Q(x))$ et $d^\circ(P(x)) + d^\circ(Q(x))$.

Application ③ :

Déterminer le degré du polynôme $Q(x)$ puis déterminer sa forme sachant

$$x^4 - 2x^3 + x^2 - 2x = (x^2 + 1)Q(x).$$

Activité ④ :

On considère $P(x)$ un polynôme tel que :

$$P(x) = 5x^3 + 5x^2 - 10x.$$

1) Parmi les nombres $-1, \sqrt{2}$ et 1 ceux qui vérifient $P(a) = 0$.

Soit a un nombre réel. On dit que le nombre a est une racine ou un zéro du polynôme $Q(x)$ si $Q(a) = 0$.

2) Vérifier que 0 est une racine de $P(x)$.

Application ④ :

Déterminer la valeur du nombre a pour que 2 soit une racine du polynôme $P(x) = x^3 - 2x^2 + ax + 6$

Application ⑤ :

On considère $P(x)$ et $Q(x)$ deux polynômes tels que :

$$P(x) = 2x^3 - x^2 + x + 4 \text{ et } Q(x) = x^3 + 3x^2 + x + 7.$$

Est-ce que $P(x)$ est divisible par $x+1$?

Faire la division euclidienne de $P(x)$ sur $x+1$.

Est-ce que $Q(x)$ est divisible par $x-3$?

Faire la division euclidienne de $Q(x)$ sur $x-3$.

Exercice de synthèse :

On considère $P(x)$ un polynôme tel que :

$$P(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6.$$

- 1) Montrer que $P(x)$ est divisible par $x-1$.
- 2) Déterminer par deux méthodes différents le polynôme $Q(x)$ tel que : $P(x) = (x-1)Q(x)$.
- 3) Montrer que 3 est une racine de $Q(x)$.
- 4) Factoriser $Q(x)$.
- 5) En déduire une factorisation de $P(x)$.
- 6) Résoudre l'équation $P(x) = 0$.