Exercice 1

Déterminer les réels a,b et c pour que l'égalité soit valide :
- Cas 1 :$(x-1)\left(ax^2+bx+c\right)=-2x^3-3x^2+5x$.
- Cas 2 :$(x-2)^2\left(ax^2+bx+c\right)=3x^4-12x^3+18x^2-24x+24$.
- Cas 3 :$\left(x^2-1\right)\left(ax^3+bx^2+cx\right)=x^5+x^3-2x$.

Exercice 2

① Déterminer les deux réels a et b tels que $P(-2)=0$ et $P(0)=5$ où : $P(x)=-2x^3+ax+b$

② Déterminer les trois réels a, b et c tels que pour tout réel x, on a :$P(x)=0$ où $P(x)=ax^3-3(x-b)x+cx^2+(x^2-3)x$.

Exercice 3

Effectuer la division euclidien de $E(x)$ par $F(x)$ dans les cas suivants :
- Cas 1 : $E(x)=5x^4-x^3-3x^2+x-1$ et $F(x)=x-2$.
- Cas 2 : $E(x)=4x^3+5x^2-x+7$ et $F(x)=x+1$.
- Cas 3 : $E(x)=4x^5-5x^3+2x+1$ et $F(x)=2x+3$.

Exercice 4

Soient $P(x)$, $Q(x)$ et $R(x)$ trois polynômes dont leurs degrés successivement sont 2, 1 et 5. Déterminer le degré du produit $P(x).Q(x).R(x)$.

Exercice 5

① Trouver un polynôme $P(x)$ de seconde degré tel que : $P(2)=3; P(1)=3; P(-1)=4$.

② Déterminer un trinôme du second degré admettant 2 et 5 comme racines.

Exercice 6

Soit $P(x)=x^4+6x^3-11x^2-60x+100$.

① Vérifier que $P(x)=(x^2+3x-10)^2$.

② vérifier que 2 est racine de $p(x)$.

③ factoriser $P(x)$.

④ Résoudre l'équation $P(x)=0$.

Exercice 7

Soit le polynôme $P(x)=-2x^3+2x^2+10x+6$.

① Montrer que $P(x)$ est divisible par $x+1$.

② En utilisant deux méthode, déterminer les trois réels a, b et c tels que pour tout réel x on a : $P(x)=(x+1)(ax^2+bx+c)$.

Exercice 8

① Soit le trinôme $Q(x)=x^2-x-12$. Calculer $Q(-3)$ et factoriser $Q(x)$.

② Déterminer les réels a et b tels que le polynôme $P(x)=2x^4-4x^3-33x^2+ax+b$ soit divisible par $Q(x)$.

③ factoriser $P(x)$

Exercice 9

On considere le polynome :$P(x)=x^3-15x-4$

① a. vérifie que 4 est un racine de polynôme $P(x)$.
b. Montrer que $P(x)=(x-4)\left(x^2+4x+1\right)$.

② a. Montrer que : $x^2+4x+3=(x+1)(x+3)$.
b. Déterminer les deux réels a et b tels que :
$P(x)+2(x-4)=(x-4)(x+a)(x+b)$.

Exercice 10

Soit le polynôme $P(x)=(x-2)^{3n}+(x-1)^{2n}-1 \quad ; \quad n\in \mathbb{N}^*$.

① Prouver l'existence d'un polynôme $Q(x)$ tel que :
$P(x)=(x-2)Q(x)$.

② Déterminer le degré de $Q(x)$.

③ Calculer $P(1)$ en fonction de n.

④ Déterminer les valeurs de n pour que $P(x)$ soit divisible par $x-1$

Exercice 11

Soit le polynôme $P(x)=2x^4-9x^3+14x^2-9x+2$.

① Vérifie que 0 n'est pa racine de ce polynôme.

② Montrer que si α est un racine de $P(x)$ alors $\dfrac{1}{\alpha}$ est aussi un racine de $P(x)$.

③ a. Vérifie que 2 est un racine de polynôme $P(x)$.
b. Déduire un autre racine de $P(x)$.
c. En effectuant la division euclidien de $P(x)$ par $x-2$, déterminer le polynôme $Q(x)$ tel que :$P(x)=(x-2)Q(x)$.

④ a. Déterminer les trois réels a, b et c tels que :
$P(x)=(x-\frac{1}{2})(ax^2+bx+c)$.
b.Factoriser $P(x)$ en monômes.

Exercice 12

Soit le polynome :$P(x)=1-x^{n+1}$

① Montrer que $P(x)=(1-x)(1+x+x^2+x^3+....+x^n)$.

② En déduire la valeur de la somme :
$S=1+2+2^2+2^3+....+2^{2009}$.

Exercice 13

① Déterminer un polynôme de seconde degré $P(x)$ tel que pour tout reel x on a : $P(x+1)-P(x)=x$

② En déduire la valeur de la somme : $S=1+2+3....+n$ où n est un entier naturel.

Exercice 14

On veut déterminer les réels a et b de sorte que le polynôme $P(x)=ax^6+bx^5+1$ soit divisible par $(x+1)^2$.

① Montrer que si $(x+1)$ divise $P(x)$, alors $P(x)=a(x^6+x^5)+x^5+1$.

② Déterminer la factorisation de x^5+1 par $x+1$. En déduire la factorisation de $P(x)$ par $(x+1)$.

③ Déterminer alors la valeur de a puis celle de b.

④ Effectuer enfin la factorisation de $P(x)$ par $(x+1)^2$.