

Exercice 1: On considère la fonction f définie

sur un intervalle I , de courbe

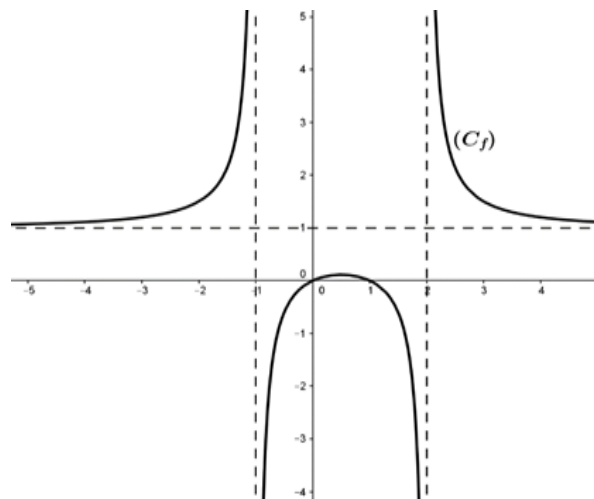
représentative C_f dans un repère du plan :

1- Déterminer D_f

2- Déterminer graphiquement les limites

Suivantes :

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ • $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ • $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$
- $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ • $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ • $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$



Exercice 2: Calculer les limites suivantes :

- $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 2x^2 + x - 2}{x - 2}$
- $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 + x + 1}{x^2 - x + 3}$
- $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 8}{x^2 - 4}$
- $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{x+2}}{x - 2}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{x^2 - x}$
- $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x\sqrt{x} - 1}{1 - x^2}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4-x} - \sqrt{4+x}}{x}$
- $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3 - \sqrt{5+x}}{1 - \sqrt{5-x}}$
- $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{7-x}}{\sqrt{2x+3} - \sqrt{15-2x}}$

Exercice 3: Calculer les limites suivantes :

- $\lim_{\substack{x \rightarrow \frac{1}{2} \\ x < \frac{1}{2}}} \frac{3x^2 - x - 1}{2x - 1}$
- $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} \frac{2x - 1}{1 - x^2}$
- $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} \frac{x^3 - 6}{x^2 - 2x}$
- $\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x < 2}} \frac{x^2 - 5x + 6}{(2 - x)^2}$
- $\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x > 2}} \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x - 2}$
- $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} \frac{\sqrt{x+3} - \sqrt{3x+1}}{\sqrt{x-1}}$

Exercice 4: Calculer les limites suivantes :

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} 1 + 5x^2 + 8x$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} -5x^3 + 1$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} x + (1 - \sqrt{2})x^2 + 4$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4 + 2x^3}{3x^3 + 5x^2 + 1}$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(2 - \sqrt{3})x^3 - x^2}{2x^2 - 3}$
- $\lim_{|x| \rightarrow +\infty} \frac{|x| - 3x}{|x + 5|}$

Exercice 5: Calculer les limites suivantes :

- $\lim_{|x| \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + x + 5}$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} x + \sqrt{1 - x}$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x + 2} - \sqrt{x + 4}$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{3x^2 - 2} + x$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} 3x - \sqrt{2x^2 + 3}$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{2x + 3} - \sqrt{x}$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 - x - 2} - \sqrt{2x^2 + 1}$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{2x^2 - 3x + 1} + x$
- $\lim_{|x| \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + x + 3} + 2x$

Exercice 6: On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} - \{3\}$ par :

$$\begin{cases} f(x) = x^2 - 4x ; x \in]-\infty, 1] \\ f(x) = x - 3 + \frac{2}{x - 3} ; x \in]1, 3[\cup]3, +\infty[\end{cases}$$

1- Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

2- Calculer $\lim_{\substack{x \rightarrow 3 \\ x > 3}} f(x)$ et $\lim_{\substack{x \rightarrow 3 \\ x < 3}} f(x)$

3- Montrer que f admet une limite en 1 ,Puis déterminer sa limite.

Exercice 7: Calculer les limites suivantes :

- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{x}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{7x}{\sin 5x}$
- $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x-1)}{x-1}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x^2 + 3x)}{x}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\sin 3x}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 5x}{3x}$
- $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - \cos \sqrt{x}}{x}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x^2}$
- $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)^2}{\cos(x-1) - 1}$

Exercice 8: Calculer les limites suivantes :

- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sin x \tan x}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - \cos x}}{\tan x}$
- $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{2 \sin x - 1}{x - \frac{\pi}{6}}$
- $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{8}} \frac{\cos(2x) - \sin(2x)}{x - \frac{\pi}{8}}$
- $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{\sqrt{3} \cos x - \sin x}{x - \frac{\pi}{6}}$
- $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{8}} \frac{\sqrt{2} - 2 \cos(x)}{\sqrt{2} - 2 \sin(x)}$

Exercice 9:

1- Montrer que : $\frac{1}{1+x^2} \leq \frac{3+2 \sin x}{1+x^2} \leq \frac{5}{1+x^2}$; ($\forall x \in \mathbb{R}$)

2- Montrer que : $\left| \frac{2x \sin x}{x^2 - 1} \right| \leq \frac{2x}{x^2 - 1}$; ($\forall x > 1$) , En déduire $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x \sin x}{x^2 - 1}$

3- Montrer que : $\frac{1}{|x|} \leq \frac{2 - \sin \frac{1}{x}}{|x|}$; ($\forall x \in \mathbb{R}^*$) , En déduire $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \sin \frac{1}{x}}{|x|}$