|  |  |
| --- | --- |
| ***Produit scalaire dans le plan*** | ***Remarques*** |
| 1. *Produit scalaire de deux vecteurs*   *Définition:*  Soient  et  deux vecteurs du plan et  trois points du plan tels que :  et  .  Soit  le projeté orthogonal de  sur la droite .  Le ***produit scalaire*** des deux vecteurs et , noté , est le ***nombre réel*** défini comme suit :   * Si  et  ont même sens, alors :  . * Si  et  ont des sens contraires, alors :  .     *Application* ➀*:*  Soit un trapèze isocèle tel que: et soient  et les milieux respectifs de. (voir la figure).  Calculer les produits scalaires suivants :   |  |  |  | | --- | --- | --- | |  |  |  | |  |  |  |   *Propriété***: *Formule trigonométrique du produit scalaire***   * Soient  et  deux vecteurs du plan, on a :  . * Soient  trois points du plan, on a :  .   *Application* ➁*:*   1. Soient  et  deux vecteurs du plan. Calculer dans les deux cas suivants :   ➊.  ➋.   1. Soit  un triangle équilatéral tel que . Calculer . 2. Soit  un triangle isocèle en  tel que . Calculer . 3. Soient  et  deux vecteurs du plan. Déterminer les mesures possibles de l’angle orienté sachant que : .   *Exercice :*  ABC un triangle isocèle en A tels que et .   1. Calculer . 2. En déduire  et . 3. *Propriétés du produit scalaire :*   *Propriété***:**  Soient  trois vecteurs du plan et  un réel. On a :      * **(** est appelé ***carré scalaire*** de )   *Application* ➂*:*  Soient  et  deux vecteurs du plan tels que : .  Calculer .  *Propriété***:**  Soient  deux vecteurs du plan. On a :   * . * . * *.* * *.* * .   *Application* ➃*:*   1. Soient  et  deux vecteurs tels que :.   Calculer : *et* .   1. Soient  et  deux vecteurs tels que :.   Calculer : *et* .  *Propriété***:**  Soient  trois points du plan, on a : .  ***🔾Démonstration:***    *Application* ➄*:*   1. Soient  trois points du plan tels que :.   Calculer : *et* *.*   1. Soit un triangle rectangle en A. Calculer :.   *Propriété***:**  Soient  deux vecteurs du plan.  sont ***orthogonaux***, et on écrit , si et seulement si  *Application* ➅*:*  Soient  deux vecteurs orthogonaux du plan tels que : .  Déterminer le réel sachant que : .  *Exercice :*  ABC est un triangle , et .   1. Calculer . 2. Considérons un point du plan défini par : .   a)- Calculer .  b)- Conclure.   1. *Théorème d’Al-Kashi*   Soit un triangle. On a : .  Donc : .  Par conséquent : .  *Théorème***: *Théorème d’Al-Kashi***  Soit un triangle. On a :        *Application* ➆*:*   1. est un triangle tel que, et . Calculer . 2. est un triangle tel que, et . Calculer . 3. *Théorème de la médiane*   Soit un triangle etle milieu de  .  Calculons  en fonction de et .  *Théorème***: *théorème de la médiane***  Soit un triangle etle milieu de . On a : .  *Application* ➇*:*  un triangle et  , et  les milieux respectifs de  ,  et  .  Sachant que :, et, calculer les distances  ,  et .  *Exercice :*  est un parallélogramme tel que et et et soit le milieu du segment .   1. Calculer les distances et . 2. Montrer que pour tout point du plan que . 3. En déduire l’ensemble des points du plan tel que . 4. *Relations métriques dans un triangle rectangle*   *Propriété***:**  *Soient*  *un triangle et*  *le projeté orthogonal de*  *sur*  *et*  *le milieu de* .  *est rectangle en*  *si et seulement si l'une des relations suivantes est vérifiée :*   * . * . * . * .   *Application* ➈*:*  Soient ABC un triangle rectangle en A et H le projeté orthogonal de A sur (BC) et AB=3 , AC=4 .  Calculer les longueurs BC, HC, HB et AH  *Exercice  de synthèse :*  Soit  un triangle tel que :  et  et .   1. Vérifier que :. 2. Calculer la distance . 3. Soientetles milieux respectifs de  et .   a/- Calculer  et.  b/- Calculer .   1. Soit un point du plan tel que :  .   a/- Ecrire le vecteur en fonction de  et.  b/- Montrer que les droites et  sont perpendiculaires . |  |
|  |  |