

Géométrie Analytique

Série ③ : Géométrie Analytique

*** من لم يسهره العلم أياماً.....أسهره الجهل أعواماً***

Exercice 1

- 1 Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) , placer les points : $A(2, -2)$, $B(-5, -3)$, $C(1, 3)$, $D(2, -4)$ et $E(-2, -3)$.
- 2 Calculer les coordonnées des vecteurs : \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{BC} , \overrightarrow{DC} , \overrightarrow{EA} , \overrightarrow{ID} et \overrightarrow{JE} .

Exercice 2

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) .
On considère les points $E(-4, -3)$, $F(2, 3)$ et $G(-1, 1)$.
Calculer les coordonnées du point A pour que $FAEG$ soit un parallélogramme.

Exercice 3

Dans un repère orthonormé (O, I, J) :
on donne les points $E\left(\frac{2}{3}, \frac{1}{4}\right)$ et $F\left(-\frac{1}{3}, \frac{3}{4}\right)$.

- 1 Calculer les coordonnées de M tel que E soit le milieu de $[FM]$.
- 2 Calculer les coordonnées de N tel que F soit le milieu de $[NE]$.

Exercice 4

Dans un repère orthonormé, on donne les points. $A(-3, -2)$ et $B(1, -4)$
Calculer les coordonnées des points E, F et G tels que : $\overrightarrow{AE} = -2\overrightarrow{AB}$,
 $\overrightarrow{BF} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{GB} - 5\overrightarrow{GA} = \vec{0}$.

Exercice 5

Soit (O, I, J) un repère orthonormé et (C) le cercle de centre $A(3, -2)$ et rayon 5.

- 1 Montrer que $B(6, -6)$ appartient à (C) .
- 2 Soit C le point diamétralement opposé au point B sur le cercle (C) .
Déterminer les coordonnées de C .
- 3 Soit le point $D\left(\frac{8}{5}, \frac{14}{5}\right)$
Montrer que le triangle BCD est rectangle en D .

Exercice 6

Dans un repère orthonormé (O, I, J) , on donne les points $M(-2, 1)$, $N(8, -7)$ et $A(-2, -7)$.

- 1 Montrer que A appartient au cercle (C) de diamètre $[MN]$.
- 2 Déterminer les coordonnées du point B , symétrique de A par rapport au centre E du cercle (C) .

Exercice 7

- 1 Dans un repère orthonormé (O, I, J) , placer les points : $A(-1, 1)$, $B(2, 1)$ et $C(-2, 2)$
- 2 a Déterminer les coordonnées du point G tel que :
 $\overrightarrow{GA} + 2\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$
b Construire le point G .
- 3 a Déterminer les coordonnées du point D tel que :
 $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA}$

b Construire le point D .

- 4 Montrer que les points B , G et D sont alignés de deux manières différentes.

Exercice 8

Dans un repère orthonormé (O, I, J) , placer les points : $A(4, 6)$, $B(2, 2)$, $C(-1, -4)$ et $D(-4, 0)$.

- a Calculer AB , BC et AC .
b En déduire que les points A , B et C sont alignés.
- Calculer AD .
- La parallèle à la droite (DC) passant par B coupe (AD) en E . Calculer AE .

Exercice 9

Dans un repère orthonormé (O, I, J) , on considère les points : $E(0, -5)$, $F(-6, -7)$, $G(-4, -1)$ et $H(2, 1)$.

- Faire une figure.
- Calculer les coordonnées des vecteurs \vec{EF} et \vec{HG} .
- Calculer \vec{EH} et \vec{FG} .
- Montrer que $EFGH$ est un losange.

Exercice 10

Dans un repère orthonormé, on considère les points $E(-2, \frac{7}{2})$, $F(-5, 2)$, $G(-\frac{13}{2}, -5)$ et $H(-\frac{5}{2}, -3)$

- a Déterminer les coordonnées des vecteurs \vec{EF} et \vec{HG} .
b En déduire que $EFGH$ est trapèze.
- Soit M le point tel que :
$$\vec{EM} = \frac{3}{4}\vec{HM}$$

Montrer que les coordonnées de M sont $(-\frac{1}{2}, 23)$

- Les points M , F et G sont-ils alignés?
- a A et B sont les milieux respectifs de $[EF]$ et $[HG]$.
Déterminer les coordonnées des points A et B .
b Montrer que les points M , A et B sont alignés.

Recherche

Exercice 11

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) (L'unité choisie est le centimètre)

- Placer les points : $A(4, 5)$, $B(0, -3)$ et $C(-6, 0)$.
- a Montrer que : $AB = \sqrt{80}$,
 $AC = \sqrt{125}$ et $BC = \sqrt{45}$.
b En déduire que ABC est un triangle rectangle.
- a Construire le point D tel que :
 $\vec{AB} = \vec{DC}$.
b Démontrer que $ABCD$ est un rectangle.
c Calculer les coordonnées de \vec{AB} .
d Vérifier à l'aide d'un calcul que les coordonnées du point D sont $(-2, 8)$.
- a Calculer les coordonnées du point K milieu du segment $[AC]$.
b Que représente le point K pour $ABCD$?
- Quels sont le centre et le rayon du cercle (C) circonscrit au triangle ABC ? Justifier.
- Montrer que le point D est sur le cercle (C) .

- 7 Soit F l'image du point A par la translation de vecteur \overrightarrow{CB} .
Montrer que la droite (CF) coupe le segment $[AB]$ en son milieu.

Recherche

Exercice 12

Dans un repère orthonormé (O, I, J) , on considère la droite (D) d'équation :
 $y = 3x + 4$.

- Déterminer l'ordonnée du point A de (D) sachant que son abscisse est 0.
- Déterminer l'abscisse du point B de (D) sachant que son ordonnée est 1.
- Représenter (D) .

Exercice 13

Tracer dans un même repère orthonormé (O, I, J) chacune des droites suivantes :

- $(D_1) : y = -x + 2$
 $(D_2) : y = -3x$
 $(D_3) : y = -3$
 $(D_4) : x = 2$
 $(D_5) : 2x - 3y + 1 = 0$

Exercice 14

Déterminer l'équation réduite de la droite passant par les points $M(-6, 2)$ et $N(3, -4)$.

Exercice 15

Soit (D) la droite d'équation : $y = 5x - \frac{1}{3}$
Déterminer l'équation de la droite (D') parallèle à (D) passant par $E\left(-2, -\frac{4}{3}\right)$.

Exercice 16

Soit (D) la droite d'équation : $y = -4$.
Déterminer l'équation de la parallèle à (D) passant par $F(5, -2)$.

Exercice 17

On considère les points : $E(3, -2)$;
 $F(-4, 5)$ et $G(-2, -3)$

- Déterminer la pente de la droite (EF) .
- Déterminer la pente de la droite (EG) .
- Déterminer la pente de la droite (FG) .

Exercice 18

Déterminer l'équation réduite de la droite (Δ) passant par le point $E(-5, -3)$ et de coefficient directeur (-2) .

Exercice 19

Dans chaque cas, préciser si les droites (D) et (Δ) sont parallèles.

- $$\begin{cases} (D) : y = \frac{-1}{4}x - 2 \\ (\Delta) : y = -0.25x + 1 \end{cases}$$
- $$\begin{cases} (D) : y = -2 \\ (\Delta) : y = 2 \end{cases}$$

Exercice 20

- Déterminer l'équation de la droite (D) qui est perpendiculaire à la droite $(\Delta) : y = -\frac{3}{7}x + 2$ et qui passe par le point $M(2, 1)$.
- Déterminer l'équation de la droite (D_1) qui est perpendiculaire à la droite $(\Delta_1) : y = x - 2$ et dont l'ordonnée à l'origine est -3 .

Exercice 21

(O, I, J) est un repère orthonormé.
On considère les points $A(2, 1)$, $B(-2, -7)$, $C(4, -1)$, $D(-6, 4)$ et la droite (Δ) d'équation : $-2x + y + 4 = 0$.

- 1 Vérifier que : $y = 2x - 3$ est une équation de la droite (AB) .
- 2 Les points A , B et C sont-ils alignés?
- 3 Montrer que les droites (AB) et (Δ) sont parallèles.
- 4 Montrer que les droites (AB) et (DC) sont perpendiculaires.

Recherche

Exercice 22

ABC est un triangle rectangle en A .
On considère les points E et F tels que :

$$\vec{AE} = 2\vec{AB} - \frac{1}{2}\vec{AC}$$

$$\text{et } \vec{BF} = -\frac{7}{4}\vec{AB} + \frac{1}{4}\vec{BC}$$

- 1 Exprimer \vec{AF} en fonction des vecteurs \vec{AB} et \vec{AC} .
- 2 On choisit le repère (A, B, C) .
 - a Donner les coordonnées des points A , B et C .
 - b Déterminer les coordonnées des points E et F dans ce repère.
 - c Les points A , E et F sont-ils alignés?
- 3 Faire une figure dans le repère (A, B, C) .

Recherche

Exercice 23

(O, I, J) est un repère orthonormé.
On considère les points $A(-2, 0)$, $B(2, 4)$, $C(4, 2)$ et $D(0, -2)$.

- 1 a Placer les points A, B, C et D .
b Calculer AB , AC et BC .
c En déduire la nature du triangle ABC .
- 2 a Déterminer les coordonnées des vecteurs \vec{AB} et \vec{DC} .
b En déduire la nature du quadrilatère $ABCD$.
c Déterminer les coordonnées du point I' le centre de quadrilatère $ABCD$.

Recherche

Exercice 24

Résoudre graphiquement les systèmes :

$$(S_1) \begin{cases} x - y = 5 \\ x + y = 11 \end{cases}$$

$$(S_2) \begin{cases} -x + 3y = 12 \\ 2x - 6y = 4 \end{cases}$$

$$(S_3) \begin{cases} 3x - 6y = 3 \\ -2x - 4y = -2 \end{cases}$$

Recherche

*** العلمُ يرفعُ بيتاً لا عماد له..... والجهد يهدم بيت العز والكرم ***