Chapitre 6

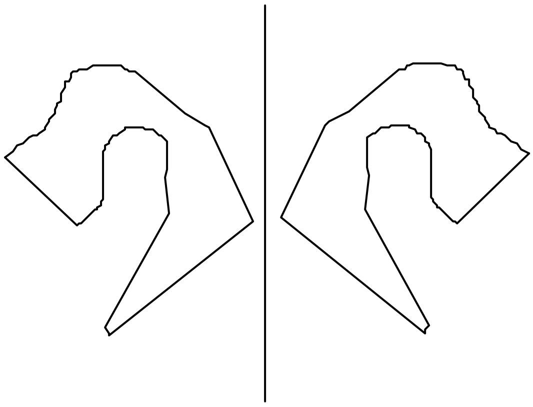
Symetrie axiale

6.1. Figures symetriques

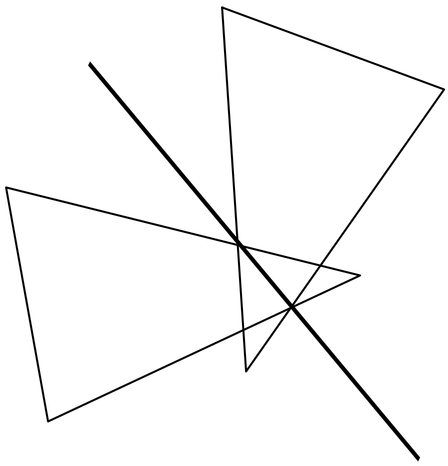
Le mot symétrie vient du grec syn : "avec" et metron : "mesure". On reviendra sur le sens de ce mot dans la suite de la leçon.
On parle ici de symétrie axiale, la droite (D) prenant le nom ***d'axe de symétrie*** *pour les points M et M'.*
On emploie aussi les expressions équivalentes :

- *Symétrie* ***par rapport à*** *la droite (D).*
- *Symétrie* ***orthogonale*** *d'axe (D) (car on trace des perpendiculaires).*

Avant de savoir construire parfaitement des symétriques et les utiliser dans des problèmes, il est bon d'en avoir une notion claire et intuitive.
La symétrie axiale, c'est ce qui se passe dans un miroir.
On peut aussi se servir d'un calque que l'on plie le long de l'axe de symétrie. Les deux figures symétriques doivent se superposer parfaitement après le pliage.

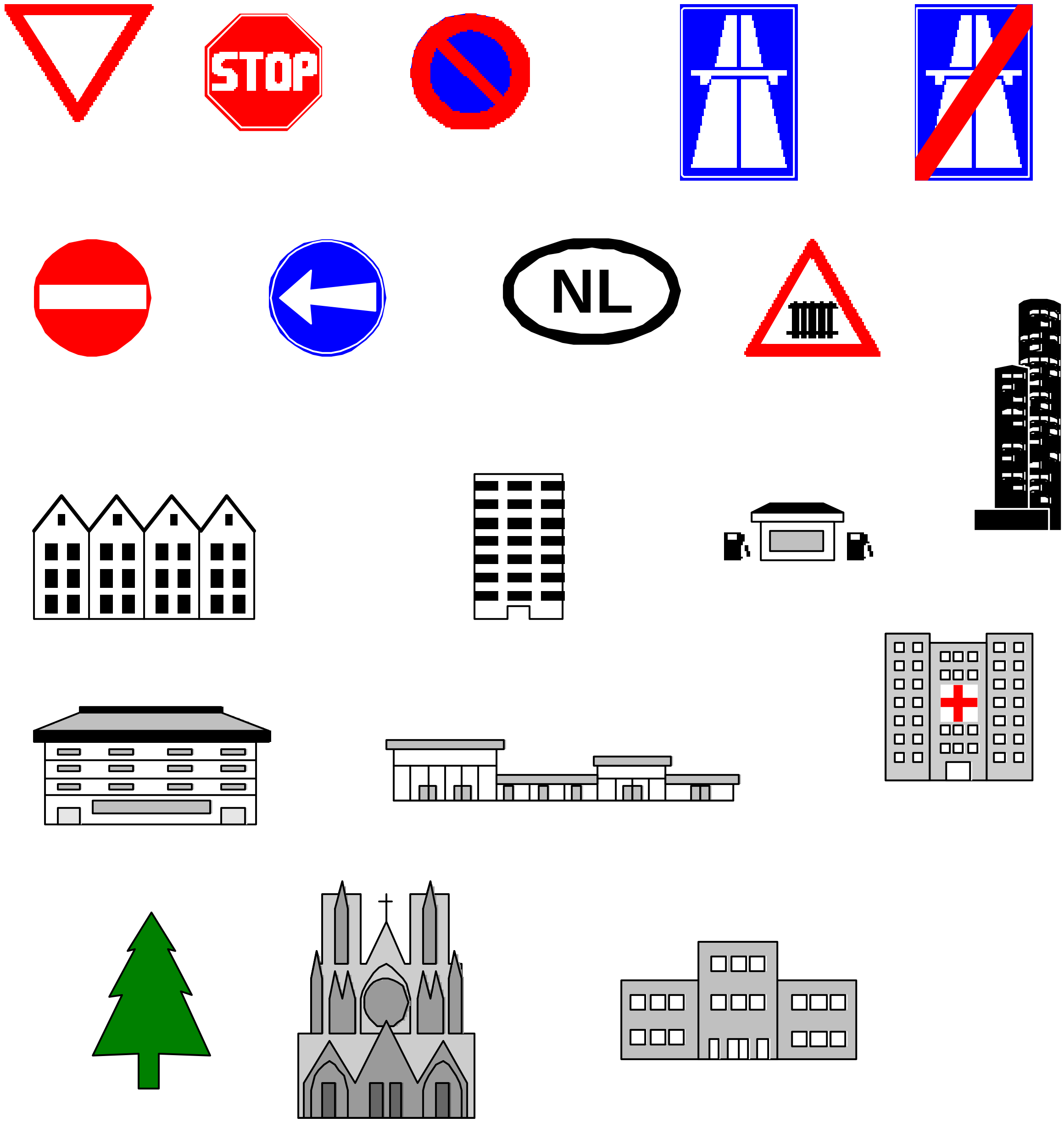


Si on plie le long de l'axe vertical, les deux dessins se superposent exactement. Ce sont donc deux figures symétriques.



Exercice

Retrouver, pour chacun de ces dessins, le ou les axes de symétrie.



6.2. POINTS SYMETRIQUES

Définition *: Deux points M et M' sont symétriques par rapport à une droite (D) si :*

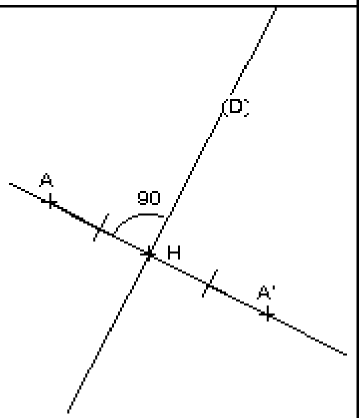
- *[MM'] ^ (D)*
- *(D) coupe [MM'] en son milieu.*

Les points sont symétriques. La symétrie est l'action (la transformation) qui permet de "passer" d'un point à un autre. On ne la verra donc pas. Ce que l'on voit, c'est le résultat de cette symétrie.

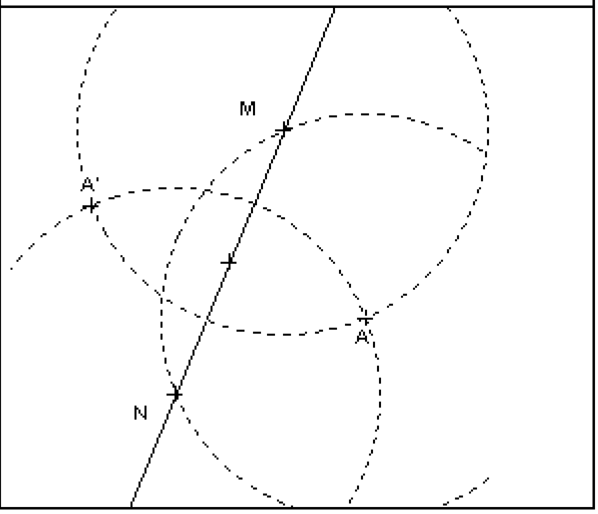
Construire un symétrique avec l'équerre.

Une droite (D) est donnée, et un point A est placé. Il s'agit de construire le symétrique du point A par rapport à (D); appelons-le A'.

Avec la règle graduée (ou le compas) et l'équerre:

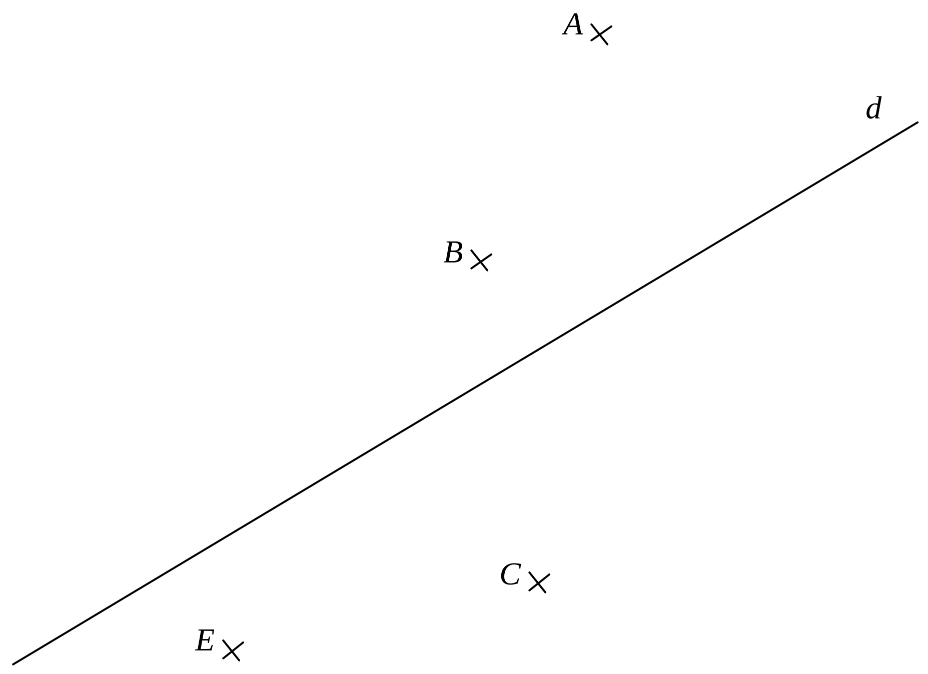
Programme de construction.	*Construction*
· Tracer la perpendiculaire à (D) passant par A. Elle coupe (D) en H. *· Sur (AH), placer le point A' tel que HA' = AH. (cette longueur peut être reportée avec le compas ou la règle graduée.)*	

Construction avec le compas:

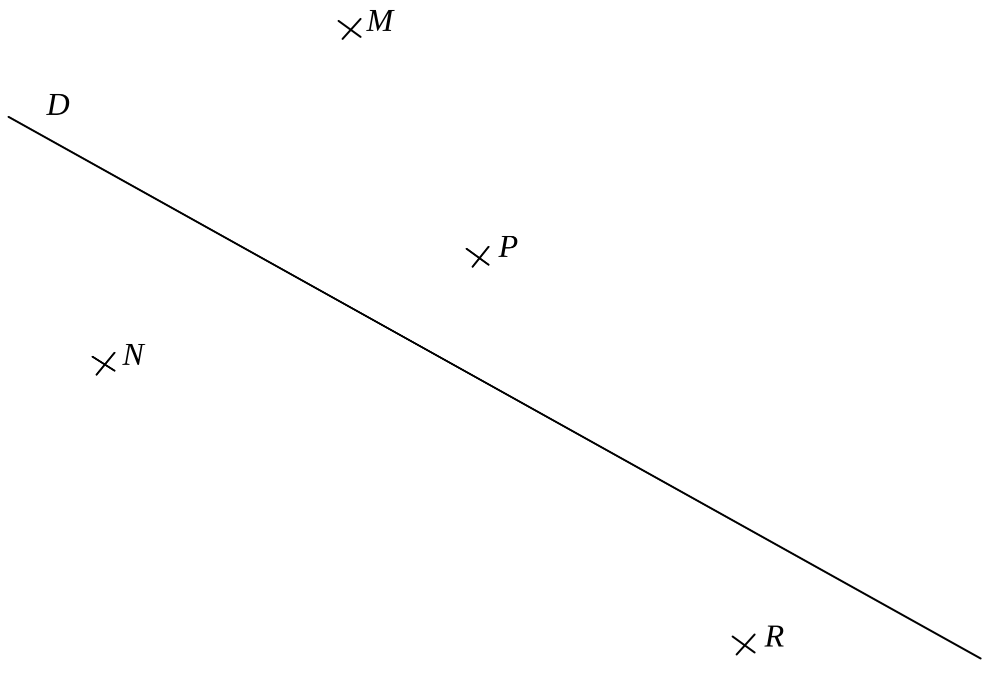
Programme de construction.	*Construction*
• *Tracer un arc de cercle de centre A qui coupe (D) en M et en N.* • *Tracer deux arcs de même rayon, l'un de centre M, l'autre de centre N. Ils se coupent en A'* • *A et A' sont symétriques par rapport à (D)*	

Exercice

Construire avec l'équerre graduée les symétriques des points A, B, C et E par rapport à la droite d.



Construire avec le compas les symétriques des points M, N , P et R par rapport à la droite (D).



6.3. SYMETRIQUES DES FIGURES SIMPLES

Deux segments symétriques par rapport à une droite sont superposables lorsque l'on plie la figure le long de l'axe de symétrie. Donc les segments symétriques ont la même longueur.
On énonce cette propriété ainsi :

Propriété *: La symétrie conserve les distances .*

Par pliage le long de l'axe de symétrie, il est clair que la symétrique d'une droite est une droite. C'est ce que l'on traduit par la propriété suivante :

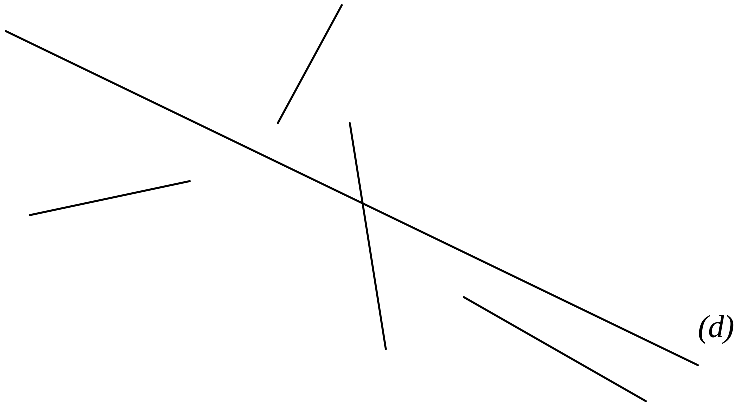
Propriétés *:*

- *La symétrie conserve l'alignement.*
- *Si deux droites sont perpendiculaires, leurs symétriques le sont aussi. On dit que la symétrie conserve l'orthogonalité.*
- *Si deux droites sont parallèles, leurs symétriques le sont aussi. On dit que la symétrie conserve le parallélisme.*
- *Soit $\mathcal{C}$ un cercle de centre O et de rayon R. Son symétrique par rapport à une droite (D) est le cercle $\mathcal{C}'$ de centre O', symétrique de O par rapport à (D), et de même rayon R.*
- *Deux angles symétriques ont la même mesure. On dit que la symétrie conserve les angles.*

Fiche d'exercices

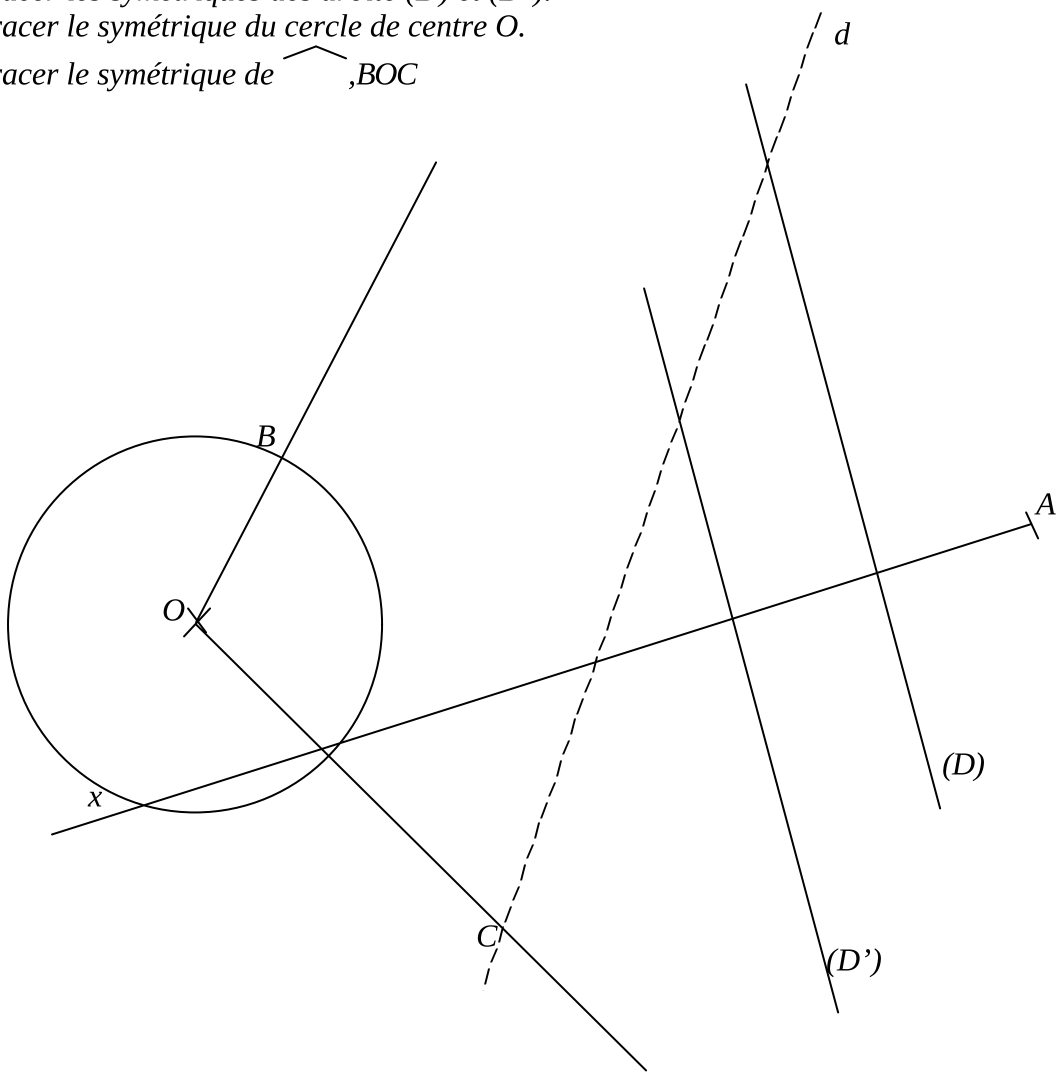
Exercice 1

Construire au compas les symétriques des segments suivants en plaçant les symétriques de leurs extrémités.



Exercice 2

d est l'axe de symétrie.
Tracer le symétrique de [Ax) par rapport à d.
Tracer les symétriques des droite (D) et (D').
Tracer le symétrique du cercle de centre O.
Tracer le symétrique de $\widehat{BOC}$



Fiche de méthode

M1 : Propriétés de conservation : rédiger et utiliser.

Reprenons les propriétés de conservation énoncées page 128 ; on donne à chacune d'elles un numéro.

Propriétés *:*

P1 La symétrie conserve l'alignement : si trois points sont sur une droite, leurs symétriques sont sur la même droite symétrique.

P2 Si deux droites sont perpendiculaires, leurs symétriques le sont aussi. On dit que la symétrie conserve l'orthogonalité.

P3 Si deux droites sont parallèles, leurs symétriques le sont aussi. On dit que la symétrie conserve le parallélisme.

P4 Soit 𝒞 un cercle de centre O et de rayon R. Son symétrique par rapport à une droite (D) est le cercle 𝒞' de centre O', symétrique de O par rapport à (D), et de même rayon R.

P5 Deux angles symétriques ont la même mesure. On dit que la symétrie conserve les angles.

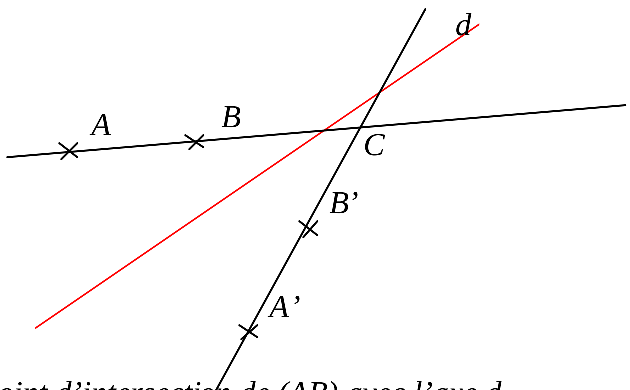
Nous allons utiliser ces propriétés dans les exercices suivants :

Exercice 1

Montrons que dans la situation apparaissant sur le dessin ci-dessous, il est impossible que les droites (AB) et (A'B') soient symétriques. (et donc que cette apparence de situation n'est possible que par ce que la construction est mal faite)

On suppose que A et A' sont symétriques par rapport à d. De même que B et B'.

Les deux droites (AB) et (A'B') se coupent en C qui est en dehors de l'axe de symétrie.



Soit E le point d'intersection de (AB) avec l'axe d.

E est un point de la droite (AB), son symétrique doit donc être un point de la droite (A'B') qui est la symétrique de (AB) ; cela en application de la propriété P1 : La symétrie conserve l'alignement : si trois points sont sur une droite, leurs symétriques sont sur la même droite symétrique.

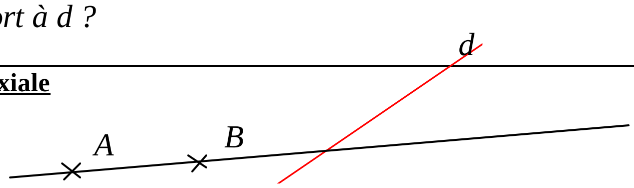
Donc le symétrique de E doit se trouver à l'intersection de d et de (A'B').

D'après le dessin, le point E devrait donc avoir deux positions, ce qui est impossible.

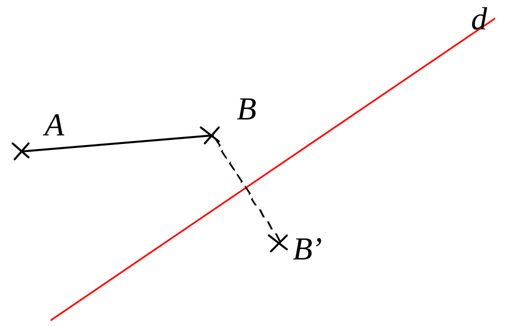
Conclusion : Si deux droites symétriques se coupent, ce ne peut être que sur l'axe de symétrie.

Application :

Que suffit-il de faire pour obtenir la droite symétrique de (AB) si A et A' sont symétriques par rapport à d ?



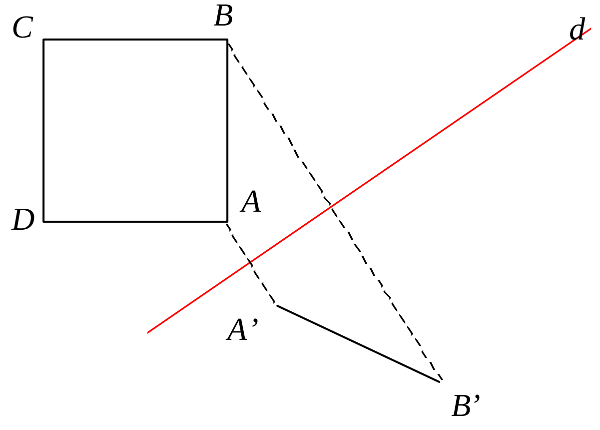
<u>Exercice 2</u>



On sait que B et B' sont symétriques par rapport à d.
On veut construire le symétrique de A en n'utilisant que la règle non graduée et le compas.
Terminer la construction et compléter le texte suivant :
La droite (AB) coupe d en G.
G est son propre symétrique car …………………………………………………………………
La symétrique de (BG) est …………. , car ………………………………………………………
A est un point de (BG), donc A' est un point de ………, car ……………………………………
……………………………………………………………………………………………………
Le cercle de centre B' et de rayon ……… coupe (B'G) en deux points M et N.
A' est l'un de ces deux points car ……………………………………………………………………

<u>Exercice 3</u>

Montrer comment on peut utiliser les propriétés de conservation pour terminer la construction du symétrique d'un carré dès que l'on connaît le symétrique de l'un des côtés.



6.4. MEDIATRICE D'UN SEGMENT

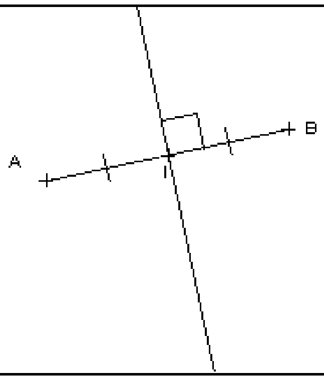
Définition *:*
Si A et B sont symétriques par rapport à une droite (D), on dit que (D) est l'axe de symétrie du segment [AB].
L'axe de symétrie d'un segment s'appelle la médiatrice de ce segment.

En conséquence de la définition que nous avons donnée de deux points symétriques, on peut énoncer cette première propriété de la médiatrice d'un segment :

Propriété n°1 :
La médiatrice d'un segment est la perpendiculaire à ce segment en son milieu.

Ce qui peut se traduire par deux phrases réciproques :
1. *Si une droite (D) est la médiatrice d'un segment, alors elle est perpendiculaire à ce segment et le coupe en son milieu.*
2. *Si une droite (D) coupe un segment perpendiculairement et en son milieu, alors c'est la médiatrice de ce segment.*

Conséquence : ***Construction de la médiatrice d'un segment à l'équerre.***

Programme de construction	*Construction*
Le segment [AB] est donné. Il s'agit de construire sa médiatrice. • *Placer le milieu I de [AB].* • *Tracer, en I, la perpendiculaire à [AB].*	

Traduction d'une partie de la propriété.

Hypothèses	*Conclusion*
(D) ^ [AB] *I est le milieu de [AB]* *I* ***Î****(D)*	*(D) est la médiatrice de [AB]*

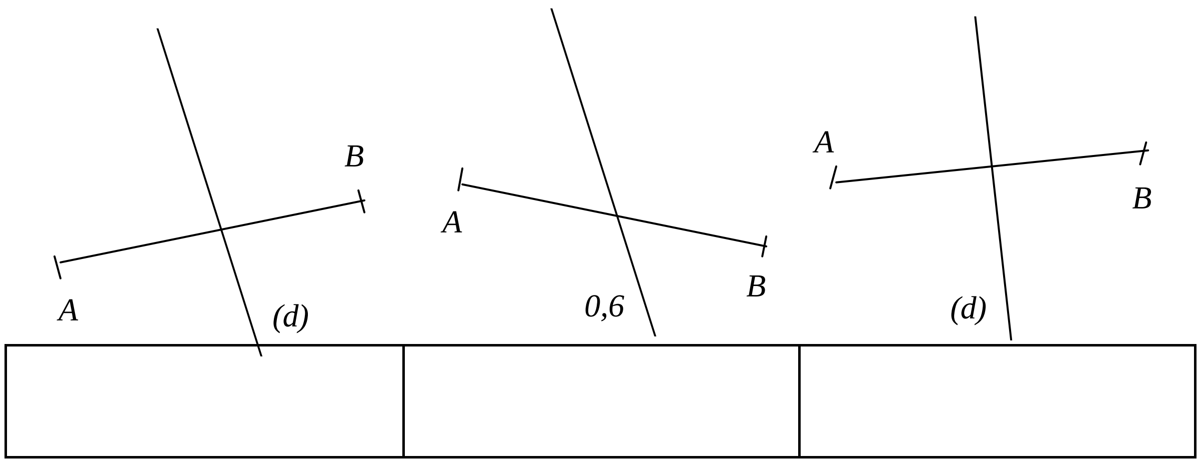
Il s'agit ici de la traduction en écritures mathématiques de la deuxième partie de la propriété n°1 de la médiatrice.

Exercice 1

Hypothèses	*Conclusion*

Traduire en écritures mathématiques la première partie de la propriété n°1 de la médiatrice d'un segment.

Exercice 2



Indiquer dans chaque cas si la droite (d) est la médiatrice du segment [AB] et en donner les raisons. Tracer en rouge la médiatrice lorsque ce n'est pas (d).

Exercice 3

Tracer deux cercles de même rayon qui se coupent en M et en N. Tracer le segment qui joint les centres A et B de ces deux cercles. Tracer la droite (MN).
Que semble représenter la droite (MN) pour le segment [AB]?
Que semble représenter la droite (AB) pour le segment [MN]?

Exercice 4

Tracer un segment [AB] puis sa médiatrice (d).
Quel est le symétrique de A par rapport à (d)?
Quel est le symétrique de B par rapport à (d)?
Placer un point K sur (d) et n'appartenant pas à [AB]. Quel est le symétrique de K par rapport à (d)?
Que peut-on dire des longueurs KA et KB ?
Que peut-on dire du triangle BAK?

Exercice 5

Tracer un cercle de centre O et de rayon 4 cm. Tracer un diamètre [AB] de ce cercle.
Tracer la médiatrice (D) de [OA], puis tracer le symétrique B' de B par rapport à (D).
Quelle est la longueur de [BB']?

6.5. BISSECTRICE D'UN ANGLE

Définition : *La bissectrice d'un secteur angulaire est une demi-droite qui partage ce secteur en deux secteurs de même angle.*

Par abus de langage, on dit que la bissectrice d'un angle partage cet angle en deux angles égaux.

Programmes de construction

- ***Avec le rapporteur***

C'est la construction la plus évidente, celle qui utilise directement la définition.

On a un angle $\widehat{xAy}$. On souhaite tracer sa bissectrice

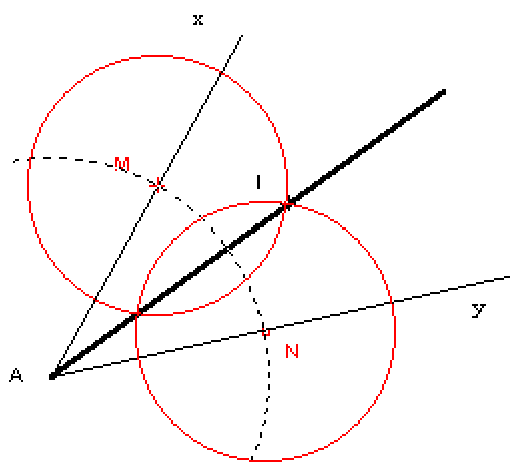
- *Mesurer l'angle $\widehat{xAy}$*
- *Placer un point M tel que $\widehat{xAM} = 1/2\ \widehat{xAy}$*
- *Tracer [AM); c'est la bissectrice.*

- ***Avec le compas***

C'est une construction qui utilise une propriété du losange (qui sera vue plus tard)

On a un angle $\widehat{xAy}$. On souhaite tracer sa bissectrice

- *Tracer un arc de centre A qui coupe [Ax) en M et [Ay) en N.*
- *Tracer deux arcs, de même rayon, l'un de centre M, l'autre de centre N. Ils se coupent en I.*
- *Tracer [AI); c'est la bissectrice.*

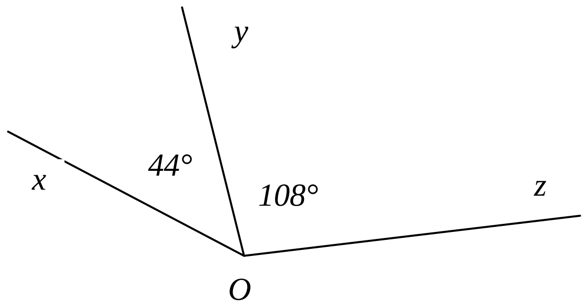


Fiche d'exercices

Exercice 1

Construire un angle $\widehat{xOy}$ de 58°.
Avec le compas et la règle, construire la bissectrice (d) de l'angle $\widehat{xOy}$.
Avec le rapporteur, vérifier que (d) partage $\widehat{xOy}$ en deux angles de 29°.

Exercice 2

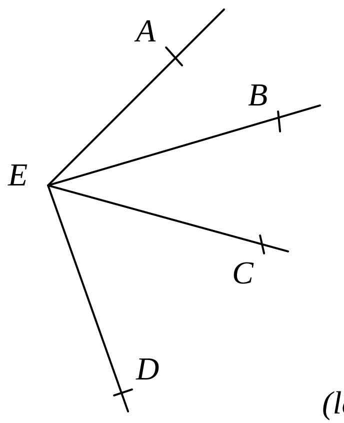


La figure ci-contre est approximative. La reproduire en respectant les mesures qui y sont indiquées.

Construire la bissectrice (d) de l'angle $\widehat{xOy}$ et la bissectrice (d') de $\widehat{yOz}$.
Mesurer l'angle formé par les droites (d) et (d')
Calculer la moyenne des deux nombres 44 et 108. Conclure.

Exercice 3

Refaire le dessin ci-dessous sachant que: $\widehat{BED}$ = 84 ° et $\widehat{AEC}$ = 38° La demi-droite [EB) est la bissectrice de l'angle $\widehat{AEC}$



(la figure ci-contre est volontairement fausse)

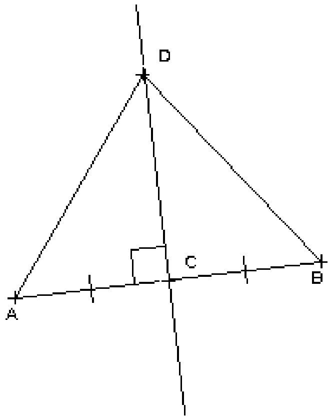
Calculer les mesures en degrés des angles $\widehat{CED}$ et $\widehat{AED}$

Exercice 4

Bissectrices particulières

1. Tracer les trois bissectrices d'un triangle . Que constate-t-on ?
2. Que peut-on dire des bissectrices de deux angles supplémentaires ? Démontrer le résultat constaté sur le dessin.
3. Que peut-on dire des deux bissectrices de deux angles opposés par le sommet ? Démontrer le résultat constaté sur le dessin.

6.6. ÉQUIDISTANCE



Soit D un point de la médiatrice (DC) du segment [AB].
A et B sont symétriques par rapport à (CD).
D est son propre symétrique, donc [AD] et [BD] sont deux segments symétriques par rapport à (CD). Par pliage le long de (CD) ils vont se superposer, ils ont donc la même longueur.
De cette constatation, on peut en déduire une nouvelle propriété de la médiatrice d'un segment.

Propriété n°2
Si un point est situé sur la médiatrice d'un segment, alors il est situé à la même distance des deux extrémités de ce segment.

Traduction

Hypothèses	*Conclusion*
• *(D) est la médiatrice de [AB]* • *M **Î** (D)*	*MA = MB*

Étudions le problème réciproque :
Soit M un point situé à égale distance de A et de B. Plaçons I le milieu de [AB].Traçons (MI). Les deux triangles AMI et BMI ont trois côtés de même longueur. Ils sont donc superposables par pliage le long de (MI). Donc (MI) est l'axe de symétrie du segment [AB].

D'où l'énoncé de la propriété n°3 qui est la réciproque de la propriété n°2:

***Propriété n°3** :*
*Si un point est **équidistant**[1] des extrémités d'un segment, alors c'est un point de la médiatrice de ce segment.*

Traduction

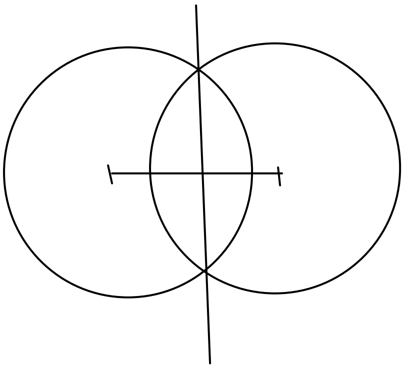
Hypothèses	*Conclusion*
• *MA = MB* • *(D) médiatrice de [AB]*	*M **Î** (D)*

[1]équidistant : de equi : "égal" , signifie : situés à égale distance.

Exercice 1 Construction de la médiatrice au compas

C'est la construction la plus précise et la plus fréquemment utilisée .Elle découle de la propriété 3. On souhaite tracer la médiatrice d'un segment; comme toute droite, pour pouvoir la tracer, il faut en connaître deux points. Pour placer un point de la médiatrice, il faut qu'il soit situé à égale distance des extrémités du segment. Pour placer un point à la même distance des extrémités, on utilise le compas en traçant deux arcs de cercle dont les centres sont les extrémités du segment et qui ont le même rayon. Leur point d'intersection est donc équidistant des extrémités.

Pour avoir deux points, il suffit de répéter deux fois l'opération.

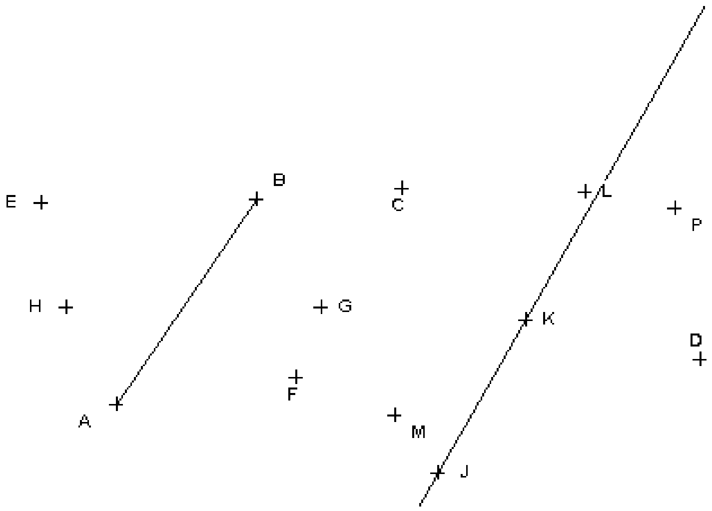


En fait pour obtenir les deux points, il suffit de tracer les arcs de cercle de sorte à obtenir deux points d'intersection. Cela évite de tracer quatre arcs de cercle et c'est plus rapide.

Exercice

Sur la figure ci dessous :

1. *Uniquement avec un **compas**, repérer (et marquer en rouge) les points qui sont sur la médiatrice de [AB] (donc équidistants de A et B). Repérer (et marquer en bleu) les points qui sont sur la médiatrice de [CD] (donc équidistants de C et D).*
2. *Uniquement avec une règle non graduée, et en utilisant les résultats précédents, tracer la médiatrice de [AB] et la médiatrice de [CD].*
3. *Quels noms peut-on donner à ces deux droites?*
4. *En utilisant les points de la figure, tracer et citer trois triangles isocèles ayant [AB] pour côté.*



M2 : Le partage du plan

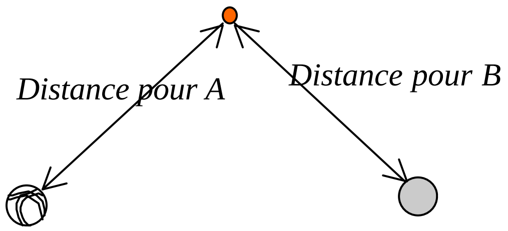
La pétanque :

Deux équipes jouent à la pétanque
Les boules ont des motifs différents pour qu'on les reconnaisse.

Équipe A  *Équipe B* 

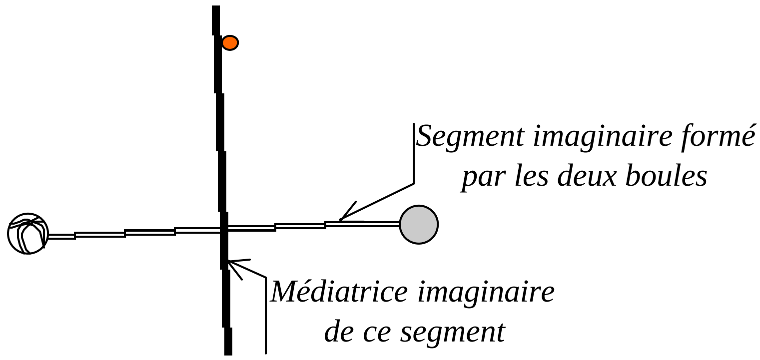
Le cochonnet (le petit, le but, selon les régions) 

Pour déterminer l'équipe qui marque le point lorsque deux boules sont en jeu, il est d'usage d'utiliser un mètre pour mesure la distance séparant chacune des deux boules du but.



C'est la boule la plus proche du but qui marque le point.

Néanmoins, il est fréquent de voir le bouliste se placer derrière les boules et d'un coup d'œil habile déterminer quelle est la boule qui marque le point.
Que fait-il dans sa tête ?
Il se place (son œil) de manière à pouvoir visualiser mentalement la médiatrice formée par les deux boules en concurrence, ainsi que le montre le schéma suivant :



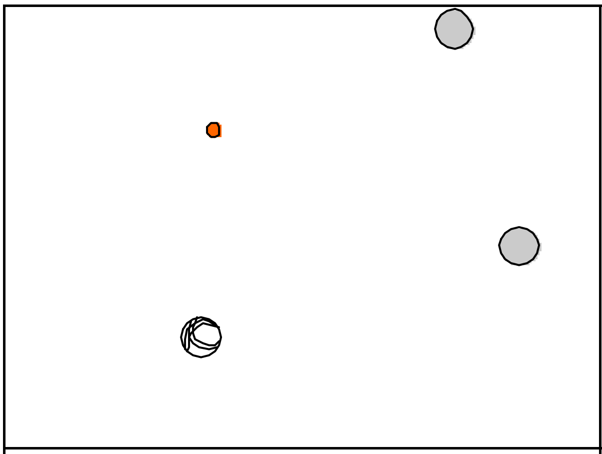
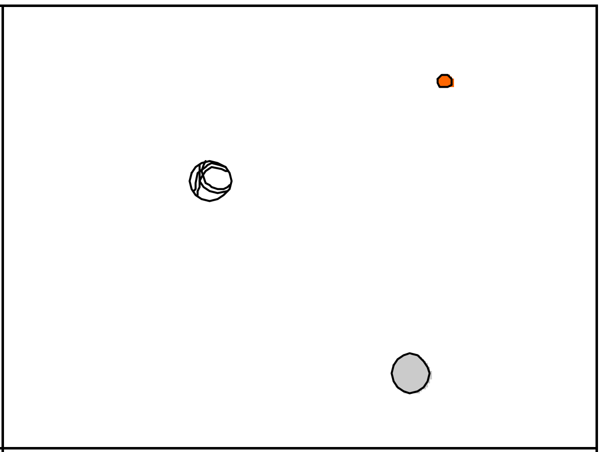
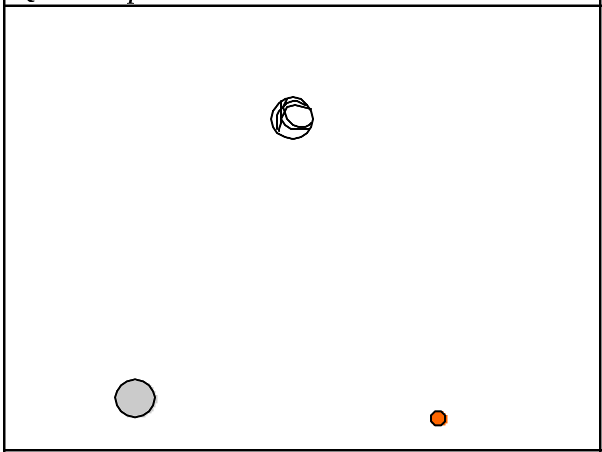
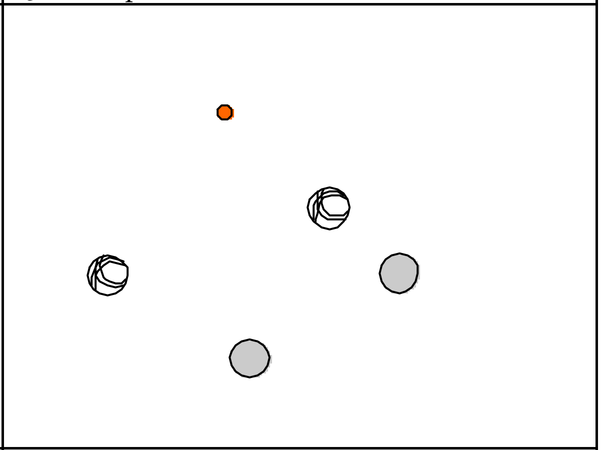
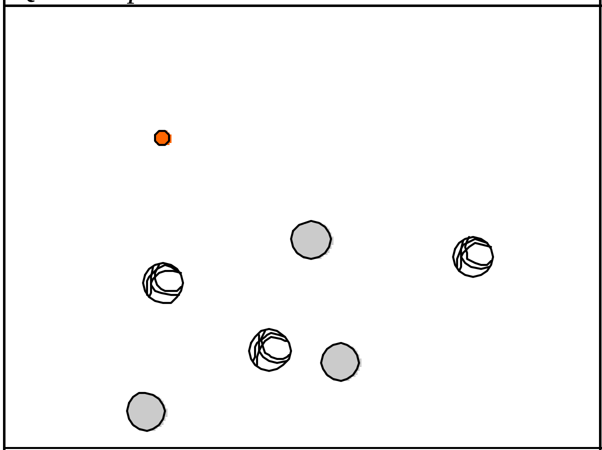
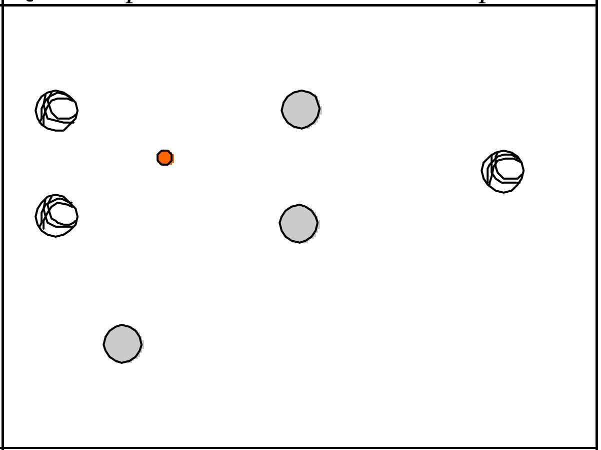
Le but se trouvant du côté de la médiatrice où se trouve aussi la boule de l'équipe B, c'est cette boule qui en est la plus proche, et qui marque le point.

Quand plusieurs boules sont en jeu, il suffit de se déplacer de manière à répéter l'opération mentale jusqu'à ce que chaque cas soit réglé.

Exercice

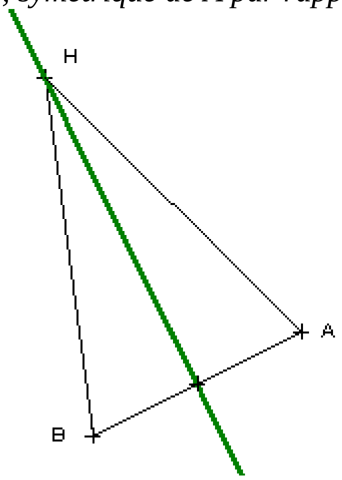
Déterminer les résultats pour chacune de ces situations :

Fiche de méthode

	
Qui l'emporte ?	*Qui l'emporte ?*
	
Qui l'emporte ?	*Qui l'emporte ? et avec combien de points ?*
	
Qui l'emporte ? et avec combien de points ?	*Qui l'emporte ? et avec combien de points ?*

6.7. SYMETRIE ET TRIANGLES

<u>Triangle isocèle :</u>
Soit une droite (D), un point H sur (D), et un point A qui n'est pas sur (D). Plaçons le point B, symétrique de A par rapport à (D).



La droite (D) est ainsi l'axe de symétrie de ce triangle

<u>Définition</u> *: Un triangle qui a un axe de symétrie s'appelle un triangle* ***isocèle.***

Dans ce triangle isocèle, H est appelé le ***sommet principal****. [AB] s'appelle la* ***base****. (c'est le côté qui n'est pas égal aux deux autres.)*

Par symétrie, il y a un certain nombre de propriétés pour un triangle isocèle. En utilisant les notations de cette figure

- *Il a deux côtés égaux HA = HB*
- *Il a deux angles "à la base" égaux :* $\widehat{HAB} = \widehat{HBA}$.
- *(D) est à la fois bissectrice de* $\widehat{BHA}$ *et médiatrice de [AB]. Elle coupe donc [AB] en son milieu.*

Si A est le sommet principal du triangle isocèle ABC, on dit parfois que ABC est isocèle en A; ou bien que ABC est isocèle de base [BC].

On peut donner deux autres définitions d'un triangle isocèle, selon que l'on s'intéresse aux côtés ou aux angles.
<u>Définition 2</u> *: Si un triangle a deux côtés de même longueur, alors il est isocèle.*
<u>Définition 3</u> *: Si un triangle a deux angles de même mesure, alors il est isocèle.*

Parmi les triangles isocèles, il y en a qui ont ***en plus*** *la particularité d'avoir la base de même longueur que les deux autres côtés. Ils ont alors trois axes de symétrie.*

<u>Définition</u> *: Un triangle qui a trois axes de symétrie s'appelle un triangle équilatéral.*

Fiche d'exercices

Exercice 1

Tracer deux triangles isocèles différents dont les côtés mesurent 5 cm et 7 cm .

Exercice 2

Construire deux triangles ABC, isocèles en B (tels que AB = BC):

1. *sachant que AB = 6 cm et AC = 5 cm*
2. *sachant que AB = 6 cm et AC = 8 cm.*

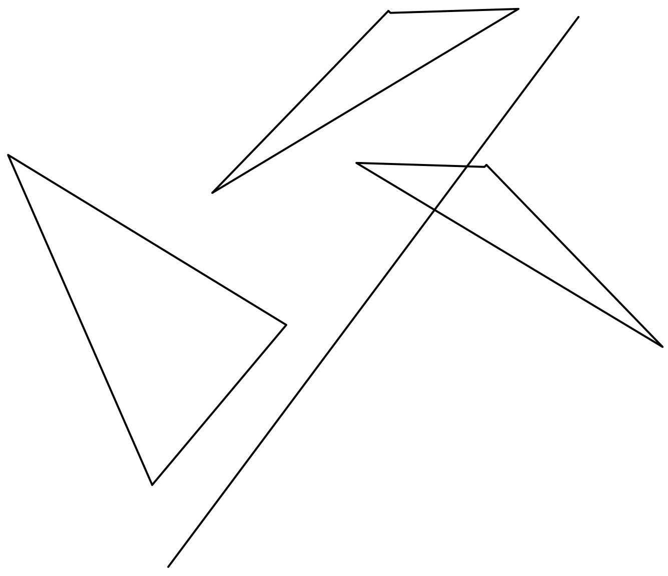
Exercice 3

Construire deux triangles LIN isocèles tels que LI = LN = 8 cm et :

1. $\widehat{LIN} = 65°$
2. $\widehat{LNI} = 30°$

Exercice 4

Construire au compas les symétriques des triangles suivants en plaçant les symétriques de leurs sommets.



Exercice 5

Une autre construction du triangle isocèle :

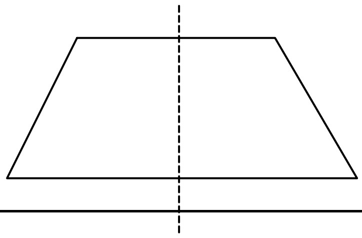
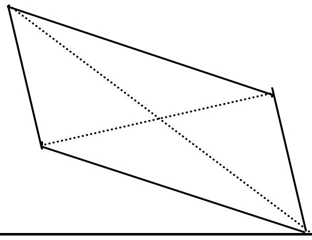
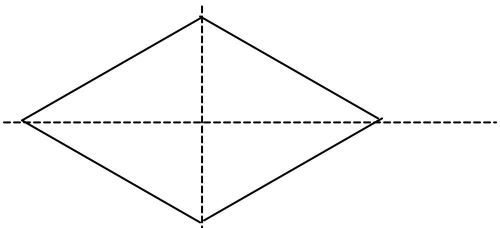
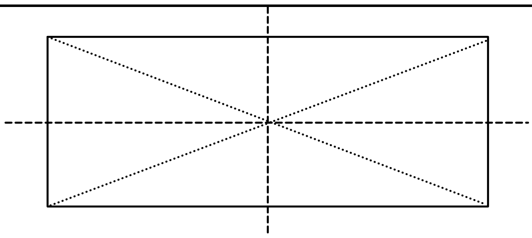
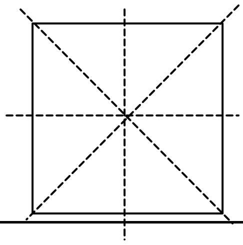
Soit à construire le triangle ABC, rectangle en C, tel que AB = 8 cm et AC = 7 cm.

- *Tracer [AB] de 8 cm.*
- *Placer son milieu I.*
- *En I, tracer la perpendiculaire à (AB). On l'appelle d.*
- *Tracer un arc de cercle de centre A, de rayon 7 cm. Il coupe d en C.*

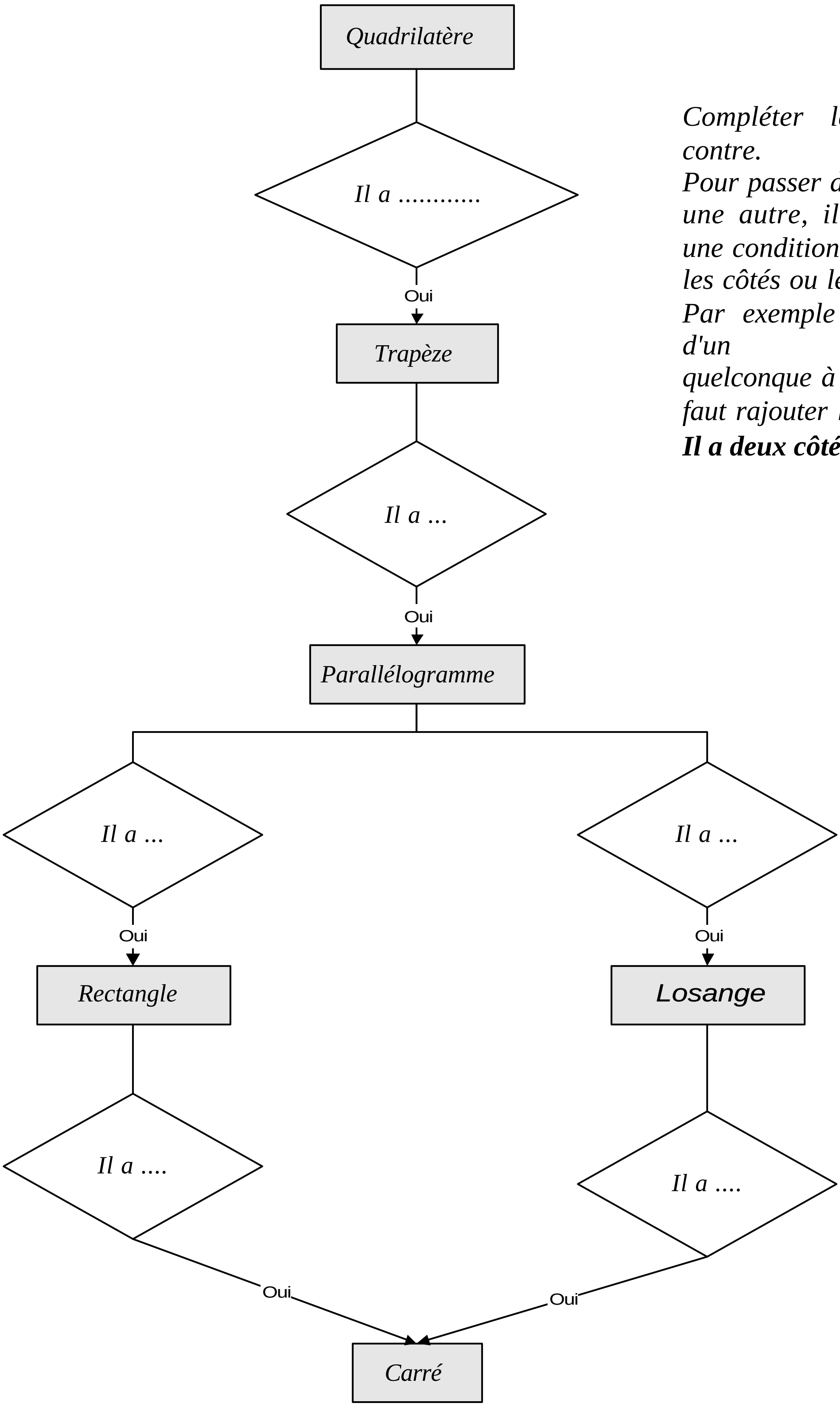
En utilisant une construction de ce type, construire le triangle isocèle MNP, de sommet principal N tel que MP = 5 cm et MN = 6 cm.

6.8. SYMETRIE ET QUADRILATERES

On peut classer les quadrilatères en fonction de leur nombre d'axes de symétrie.

	*<u>Trapèze isocèle</u>* *Il a un axe de symétrie qui est la médiatrice deux côtés parallèles.*
	*<u>Le parallélogramme</u>* *Il n'a pas d'axe de symétrie. C'est une erreur assez courante de penser aux diagonales (ici en pointillé) mais si on imagine le pliage le long de l'une de ces diagonales, les sommets ne se superposent pas.*
	*<u>Le losange</u>* *Il a deux axes de symétrie qui sont ses deux diagonales.*
	*<u>Le rectangle</u>* *Il a deux axes de symétrie qui sont les médiatrices des côtés opposés. Comme pour le parallélogramme, les diagonales ne sont pas axe de symétrie.*
	*<u>Le carré</u>* *Il regroupe les axes de symétrie du losange et du rectangle. Il en a donc quatre qui sont les deux diagonales et les deux médiatrices des côtés opposés.*

Exercice



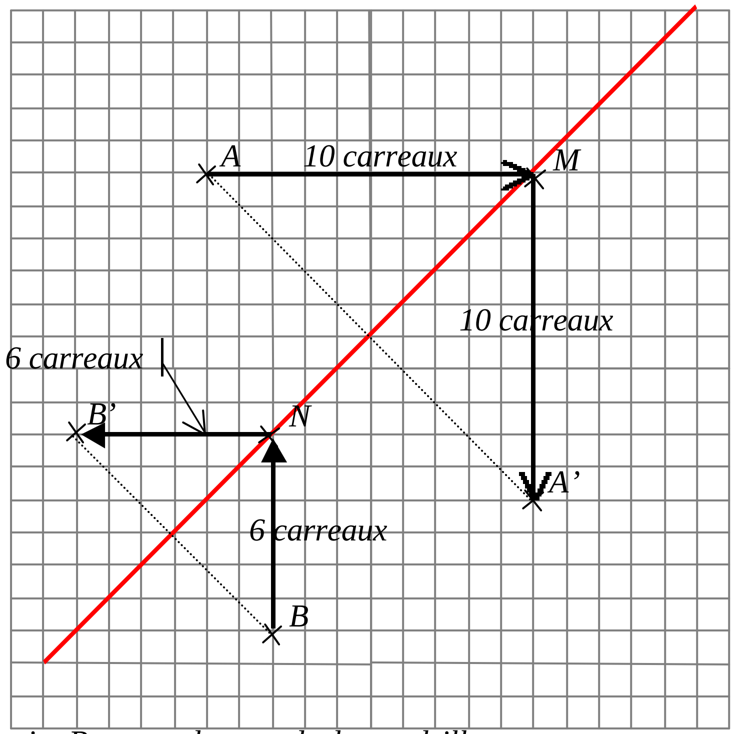
Compléter la grille ci-contre.
Pour passer d'une nature à une autre, il faut rajouter une condition qui concerne les côtés ou les diagonales.
Par exemple pour passer d'un quadrilatère quelconque à un trapèze, il faut rajouter la condition : ***Il a deux côtés parallèles****.*

6.9. SYMETRIE ET QUADRILLAGE

On n'utilisera ici que les cas particuliers où l'axe de symétrie se trouve être dans la diagonale des carreaux du quadrillage.
Les autres situations seraient possibles mais apporteraient plus de complication qu'une bonne utilisation du compas ou de la règle.

Dans un quadrillage, on trace l'axe de symétrie, qui est donc dans la diagonale des carreaux. On place un point A sur un des nœuds du quadrillage.
Pour placer le symétrique A' de A par rapport à l'axe, on procède ainsi :

- *On compte le nombre de carreaux qui nous mènent du point A jusqu'à l'axe en se déplaçant* ***horizontalement*** *(on verra sur l'exemple suivant que l'on peut aussi se déplacer verticalement). On appelle M le point d'intersection de l'axe et de cette horizontale passant par A.*
- *Du point M, on se déplace* ***verticalement*** *du même nombre de carreaux, et on place le point A'.*

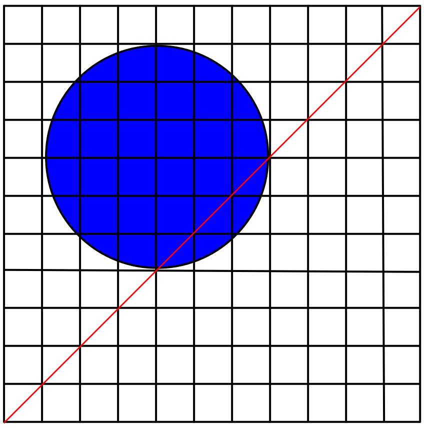


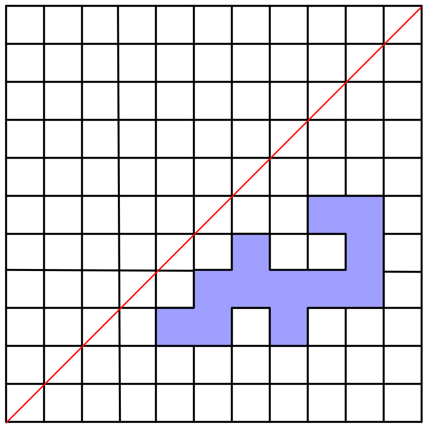
On place un point B sur un des nœuds du quadrillage.
Pour placer le symétrique B' de B par rapport à l'axe, on procède ainsi :

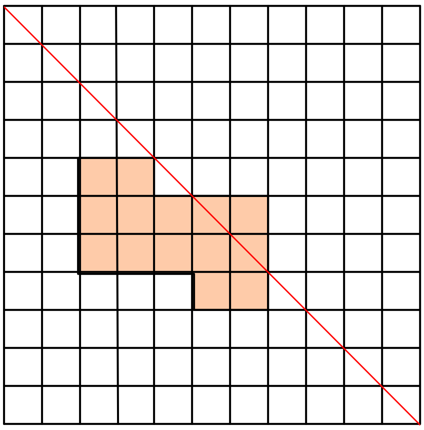
- *On compte le nombre de carreaux qui nous mènent du point B jusqu'à l'axe en se déplaçant* ***verticalement****. On appelle N le point d'intersection de l'axe et de cette verticale passant par B.*
- *Du point N, on se déplace* ***horizontalement*** *du même nombre de carreaux, et on place le point B'.*

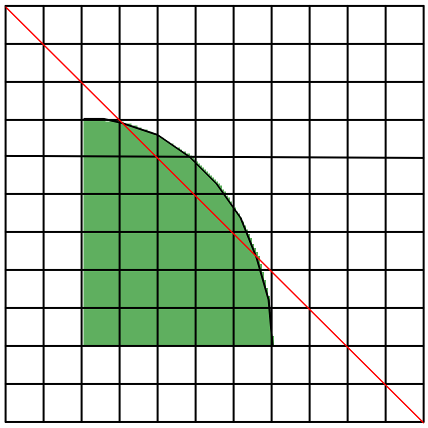
Exercice

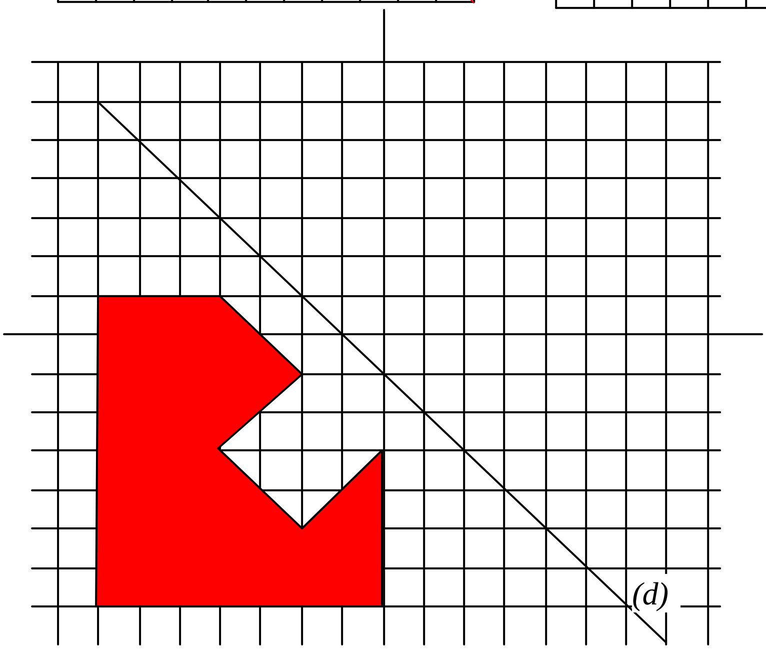
En utilisant le quadrillage, tracer la figure symétrique de celle qui s'y trouve par rapport à l'axe oblique.











Fiche de méthode

Objectif

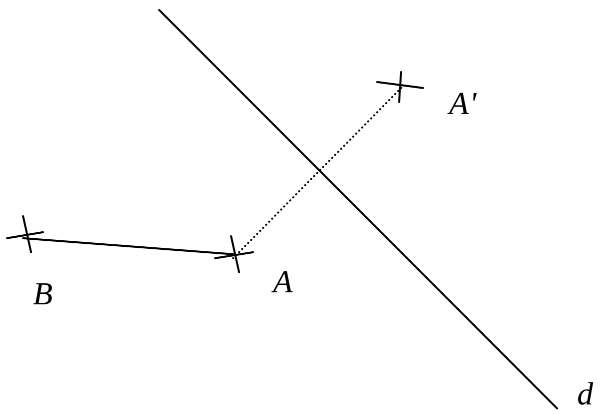
M3 : Utiliser les points d'intersections avec l'axe

Exercice 1

*Les deux points A et A' sont symétriques par rapport à l'axe. Le but est de construire le symétrique B' de B, en n'utilisant que la **règle non graduée**.(c'est à dire que l'on peut seulement **tracer des droites**).*
On ne peut donc ni mesurer, ni tracer de perpendiculaires.
Les deux constructions des symétriques (à l'équerre, ou au compas) sont ici inopérantes.

On utilise la propriété des droites symétriques sécantes : Si deux droites sont symétriques et sont sécantes, alors elles se coupent sur l'axe de symétrie.

Dans ce premier exemple, la construction est guidée par le texte qu'il faut compléter pendant que l'on fait la construction.



1. *Placer le point M, intersection de (AB) et de d.*

M est un point de l'axe de symétrie, donc son symétrique est ……
La droite (AB) passe par les points A et M, donc la symétrique de (AB) passe par les symétriques de A et de M qui sont : ………………………
On trace la symétrique de (AB) qui s'appelle ………

2. *Placer le point N, intersection de (BA') et de d.*

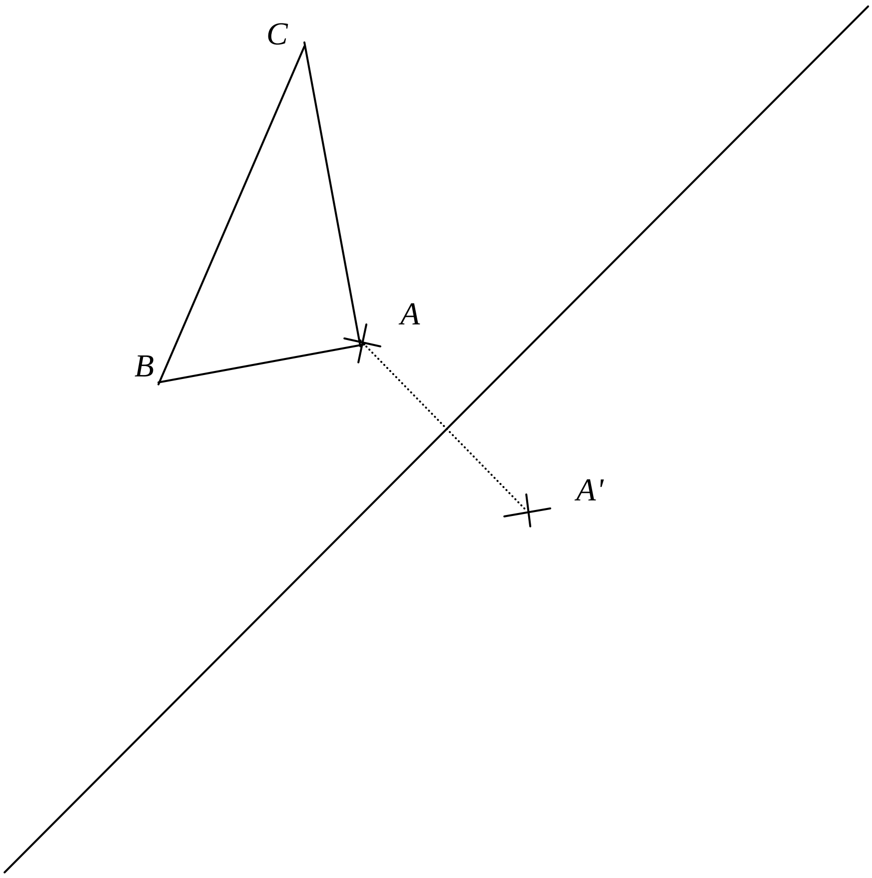
N est un point de l'axe de symétrie, donc son symétrique est ……
La droite (BA') passe par les points A' et N, donc la symétrique de (BA') passe par les symétriques de A' et de N qui sont : ………………………
On trace la symétrique de (BA') qui s'appelle ………
Le point B est sur les deux droites …… et …….
Son symétrique B' est donc sur les symétriques de ces deux droites qui sont : …… et ……

3. ***Conclusion** : B' est le point d'intersection des droites …… et …….*

Fiche de méthode

<u>Exercice 2</u>

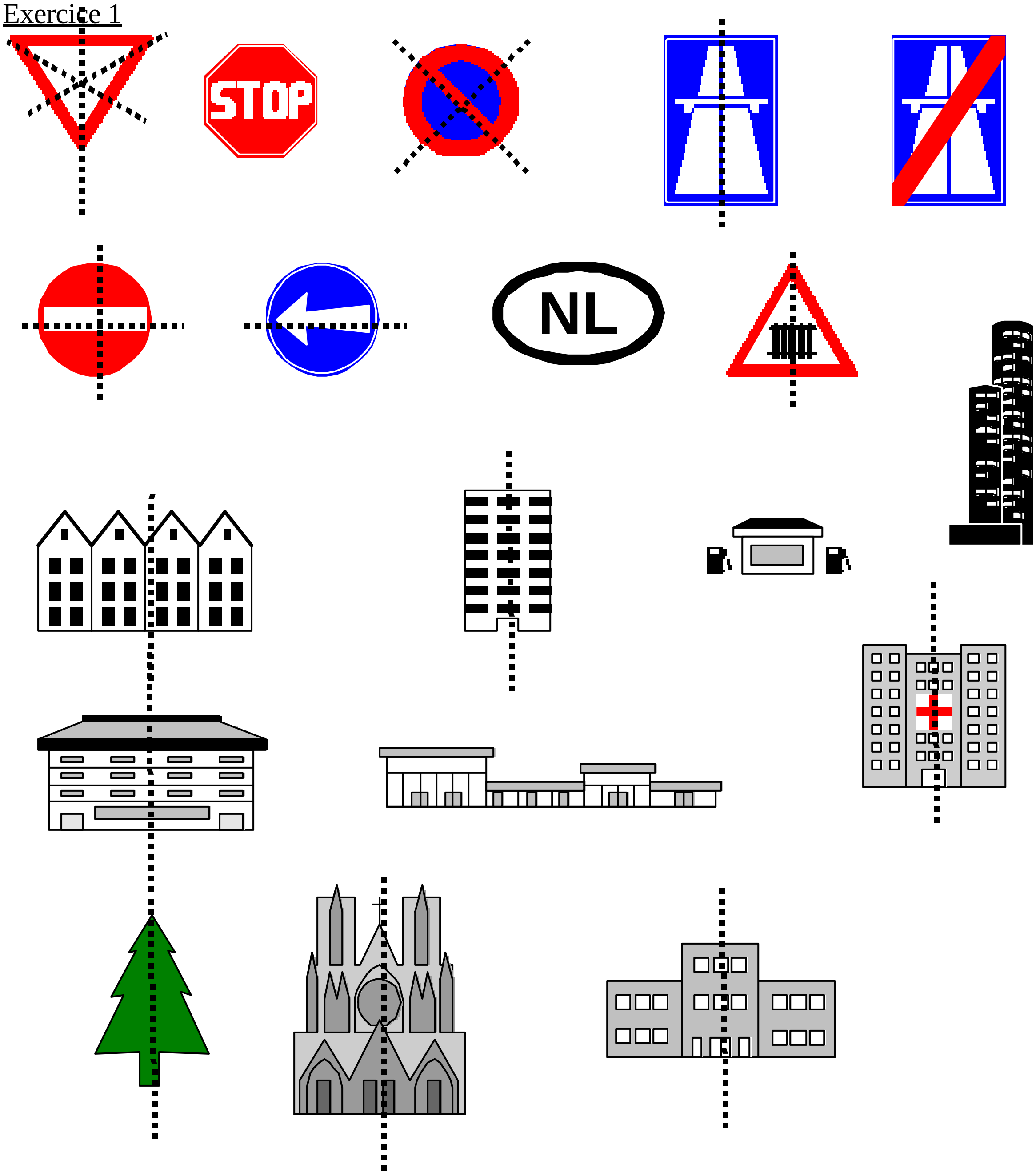
En utilisant la même méthode que dans l'exercice précédent, tracer le symétrique du triangle ABC, sachant que A et A' sont symétriques.
On placera successivement les symétriques de B et de C.



CORRIGE DES EXERCICES CHAPITRE 6
SYMETRIE AXIALE

6.1 Figures symétriques

Exercice 1

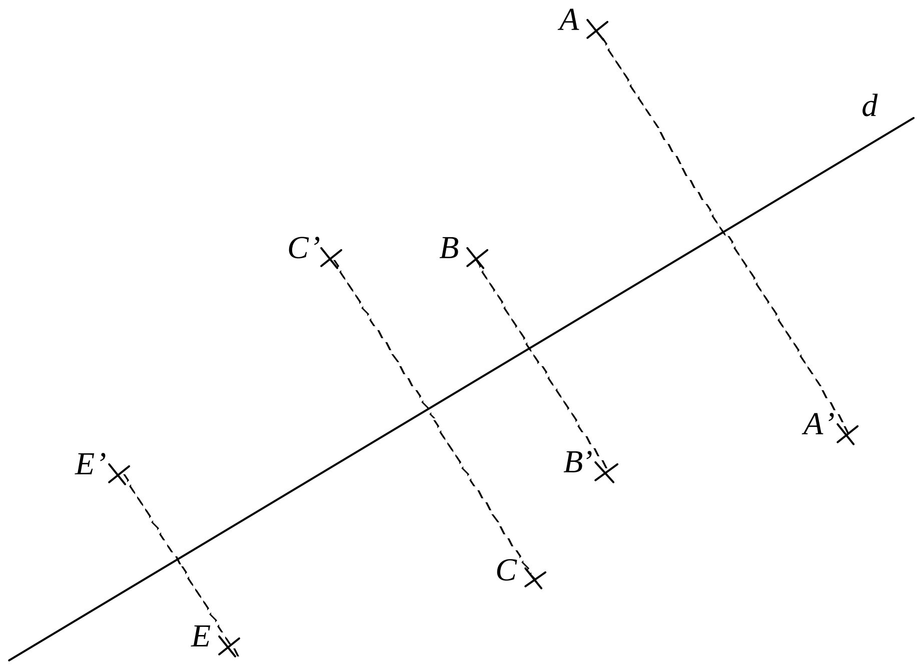


Corrigés des exercices

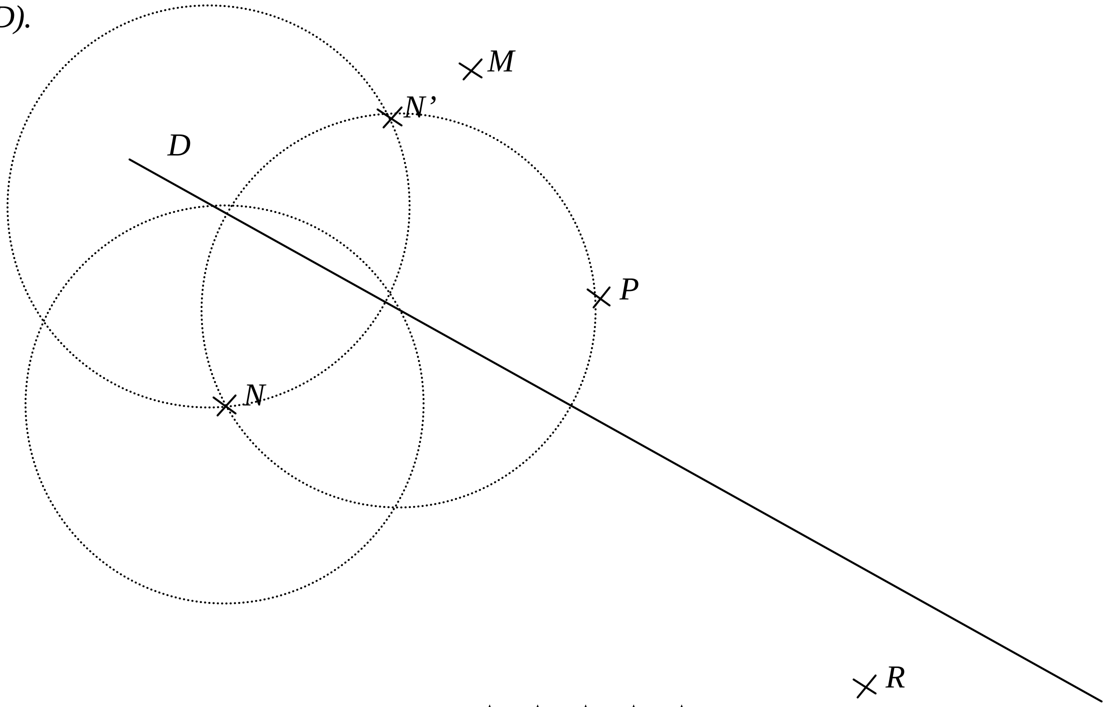
6.2 Points symétriques

Exercice 1

Construire avec l'équerre graduée les symétriques des points A, B, C et E par rapport à la droite d.



Construire avec le compas les symétriques des points M, N , P et R par rapport à la droite (D).

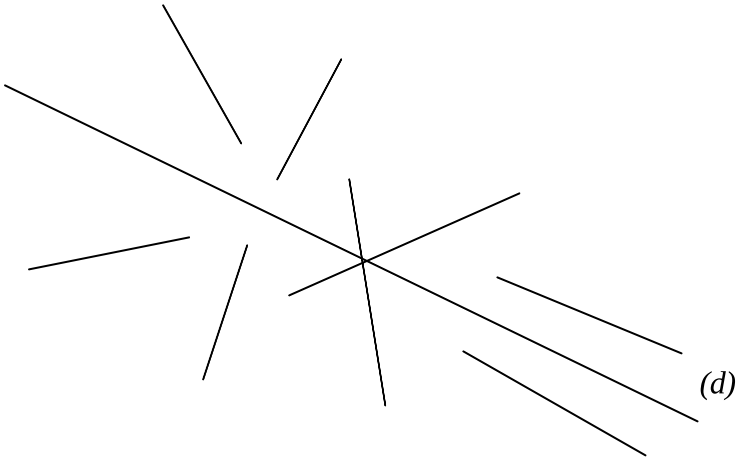


✵ ✵ ✵ ✵ ✵

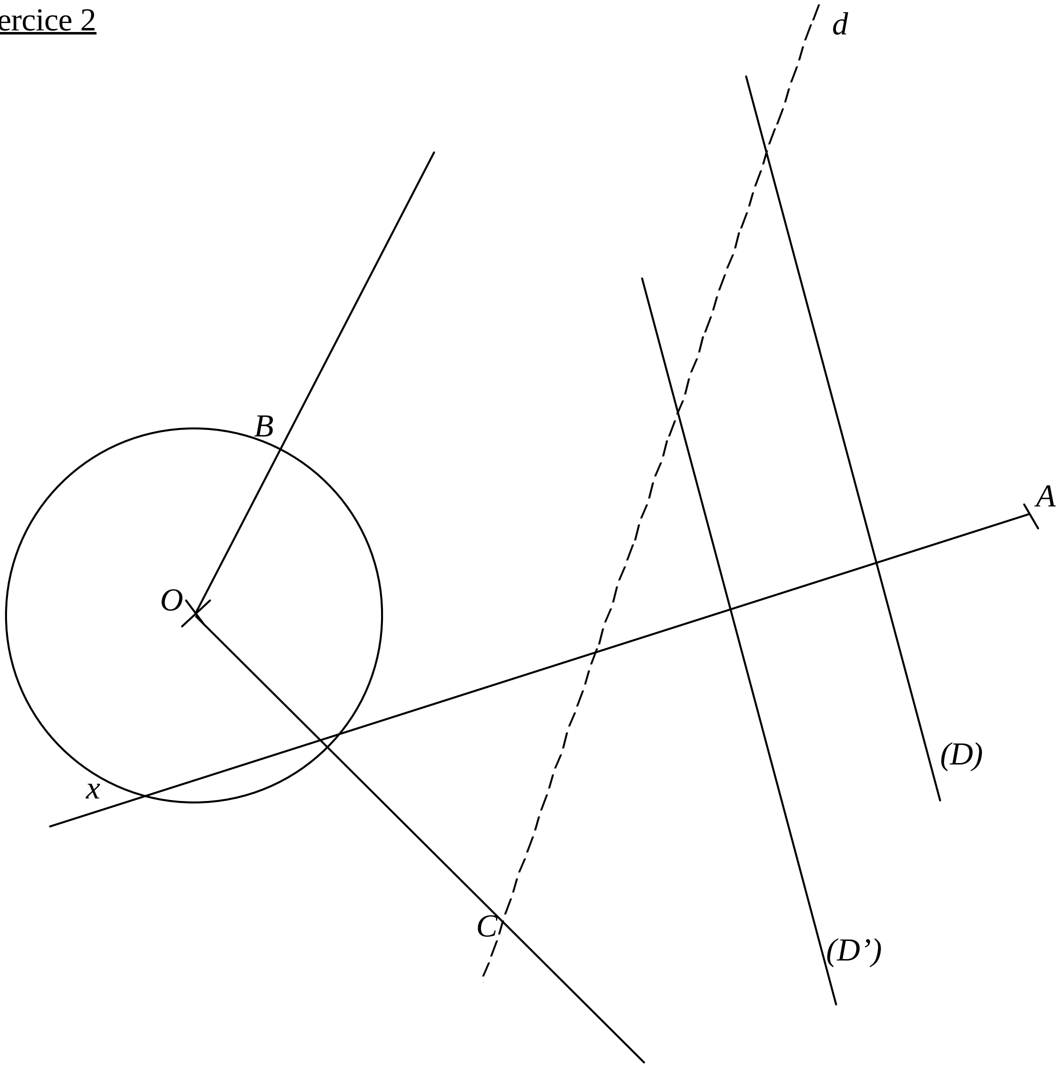
Corrigés des exercices

6.3 Symétriques de figures simples

Exercice 1



Exercice 2

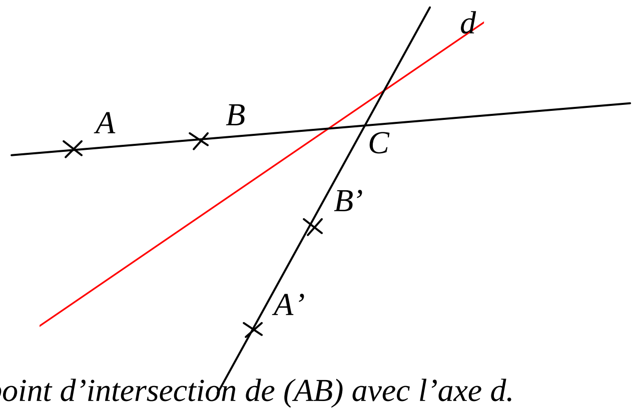


Corrigés des exercices

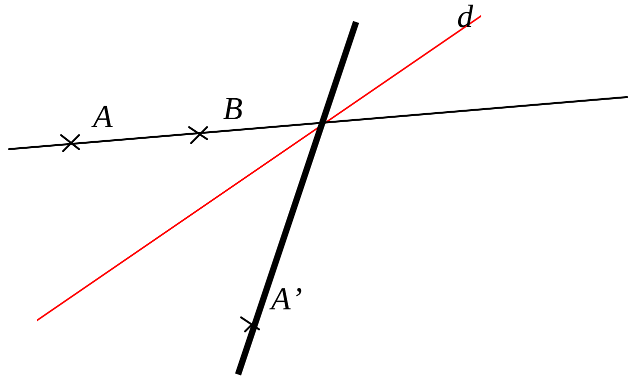
M1 Propriétés de conservation

Exercice 1

Montrons que dans la situation apparaissant sur le dessin ci-dessous, il est impossible que les droites (AB) et (A'B') soient symétriques. (et donc que cette apparence de situation n'est possible que par ce que la construction est mal faite)
On suppose que A et A' sont symétriques par rapport à d. De même que B et B'.
Les deux droites (AB) et (A'B') se coupent en C qui est en dehors de l'axe de symétrie.

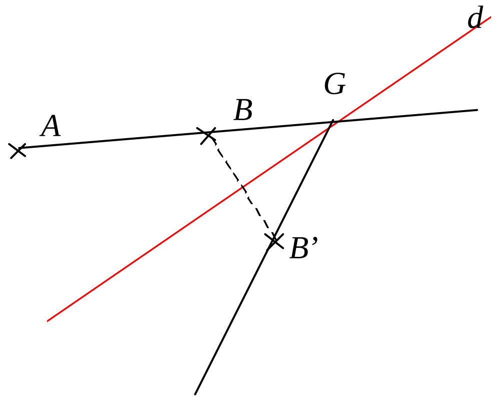


Soit E le point d'intersection de (AB) avec l'axe d.
E est un point de la droite (AB), son symétrique doit donc être un point de la droite (A'B') qui est la symétrique de (AB) ; cela en application de la propriété P1 : La symétrie conserve l'alignement : si trois points sont sur une droite, leurs symétriques sont sur la même droite symétrique.
Donc le symétrique de E doit se trouver à l'intersection de d et de (A'B').
D'après le dessin, le point E devrait donc avoir deux positions, ce qui est impossible.
Conclusion : Si deux droites symétriques se coupent, ce ne peut être que sur l'axe de symétrie.
Application :
Pour obtenir la droite symétrique de (AB) si A et A' sont symétriques par rapport à d, il suffit de tracer la droite qui passe par A' et par le point d'intersection de (AB) et de l'axe de symétrie.



Corrigés des exercices

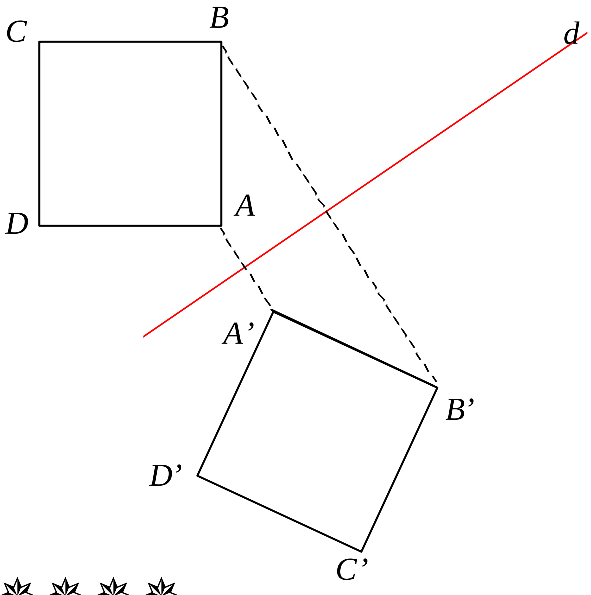
Exercice 2



On sait que B et B' sont symétriques par rapport à d.
On veut construire le symétrique de A en n'utilisant que la règle non graduée et le compas.
Terminer la construction et compléter le texte suivant :
La droite (AB) coupe d en G.
*G est son propre symétrique car **C'est le cas de tout point sur l'axe.***
*La symétrique de (BG) est **(B'G)** , car …**la symétrie conserve l'alignement.***
*A est un point de (BG), donc A' est un point de **(B'G),** car **la symétrie conserve l'alignement, c'est à dire que si un point est sur une droite , son symétrique est sur la symétrique de cette droite.***
*Le cercle de centre B' et de rayon **BA** coupe (B'G) en deux points M et N.*
*A' est l'un de ces deux points car **la symétrie conserve les longueurs, et donc la longueur B'A' est la même que la longueur AB.***

Exercice 3

Pour terminer la construction du symétrique d'un carré .
*On sait que (AD) ^ (AB) , **la symétrie conserve l'orthogonalité**, donc (A'D') ^ (A'B').*
*De plus, **la symétrie conserve les distances, donc A'D' = AD.***
Pour placer D', il suffit donc de tracer un segment perpendiculaire et de même longueur que A'B'.
Et de la même manière, on place C'.



✵ ✵ ✵ ✵ ✵

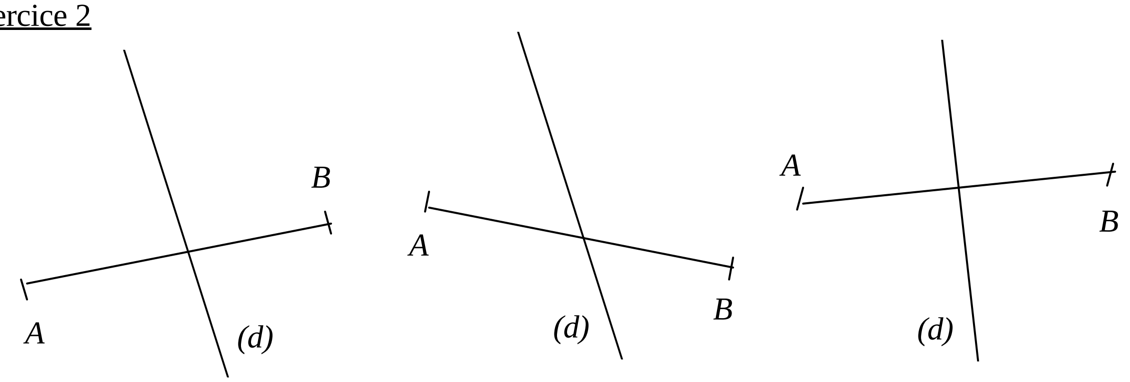
Corrigés des exercices

6.4 Médiatrice d'un segment

Exercice 1

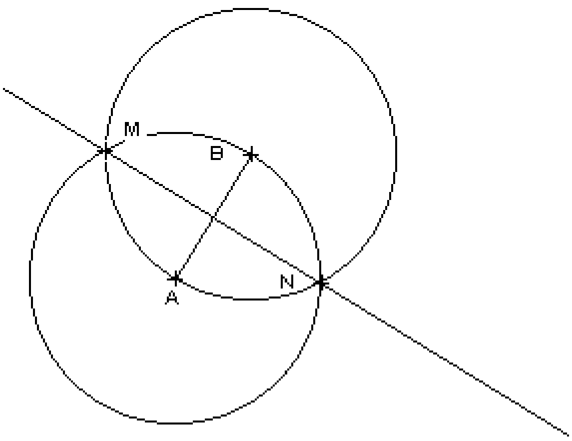
Hypothèses	*Conclusion*
(D) est la médiatrice de [AB] *(D) coupe [AB] en I*	*(D) ^ [AB]* *I est le milieu de [AB]*

Exercice 2



(d) n'est pas médiatrice car elle n'est pas perpendiculaire à [AB]	*(d) n'est pas médiatrice car elle n'est pas perpendiculaire à [AB]*	*(d) est la médiatrice de [AB]*

Exercice 3



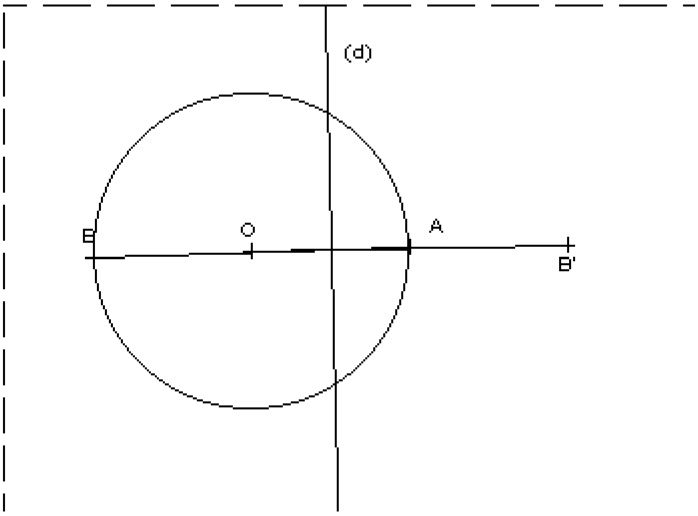
(MN) est la médiatrice de [AB].
(AB) est la médiatrice de [MN].

Exercice 4

Le symétrique de A par rapport à (d) est B.
Le symétrique de B par rapport à (d) est A.
K est son propre symétrique par rapport à (d) .
Le triangle BAK est isocèle car AK = BK (longueurs de segments symétriques)

Corrigés des exercices

Exercice 5

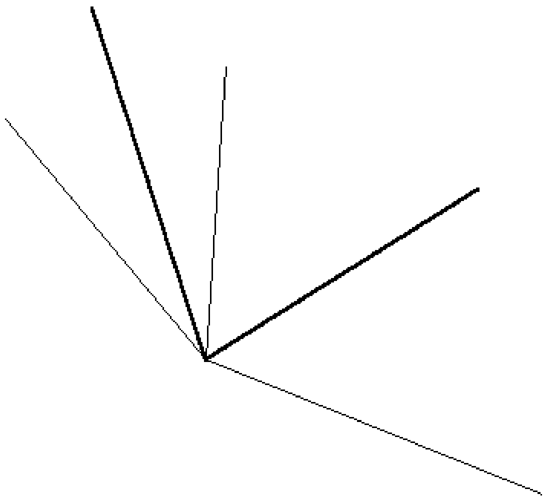


Si I est le milieu de [OA], on a :
OI = IA = 2 cm. et BI = IB' = 6 cm.
Donc BB' = 12 cm.

✵ ✵ ✵ ✵ ✵

6.5 Bissectrice d'un angle

Exercice 2



Les bissectrices de deux angle adjacents forment un angle égal à la moyenne des deux angles initiaux.

Exercice 3

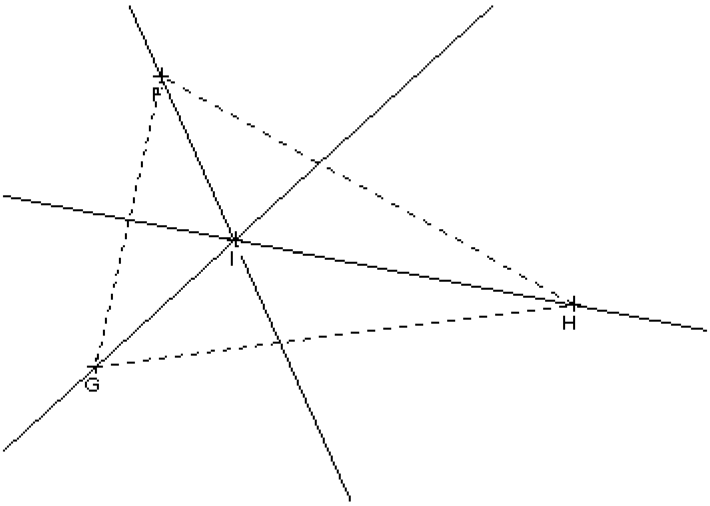
$\widehat{BEC} = 38 : 2 = 19°$, donc $\widehat{CED} = 84 - 19 = 65°$ $\widehat{AED} = 84 + 19 = 103°$

Exercice 4

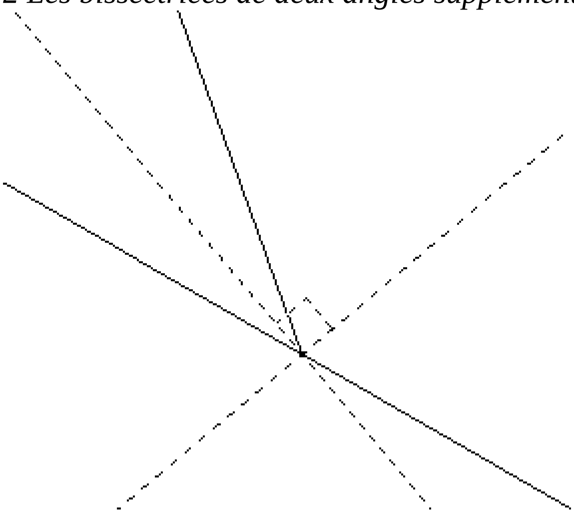
Bissectrices particulières

1.Les trois bissectrices d'un triangle semblent concourantes

Corrigés des exercices



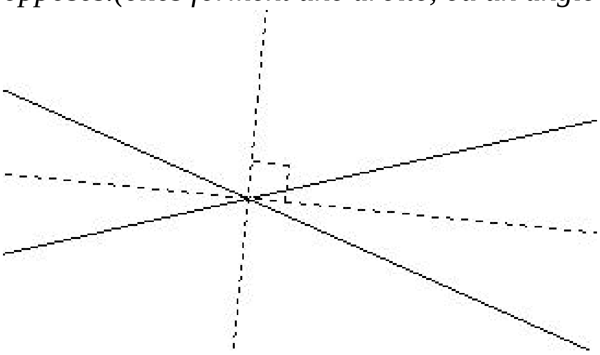
2 Les bissectrices de deux angles supplémentaires sont perpendiculaires.



En effet, chacune d'elle partage un angle en deux. Elles forment donc un angle qui est la somme de deux moitiés

La somme de deux moitiés d'angles supplémentaires donne un angle de 90°.

3.Les bissectrices de deux angles opposés par le sommet sont deux demi-droites opposés.(elles forment une droite, ou un angle plat)



Car d'après ce qui précède, les bissectrices [Ox) et [Oy) sont perpendiculaires; de même que [Oy) et [Ox'). Donc [Ox) et [Ox') forment une seule droite.

✵ ✵ ✵ ✵ ✵

6.6 Équidistance

Exercice

Avec le compas, pour un point donné par exemple E, on trace le cercle de centre E qui passe par A. S'il passe également par B, alors A et B sont équidistants de E, donc E est sur la médiatrice de [AB].

Corrigés des exercices

En procédant ainsi, on trouve que :
E, F et J sont sur la médiatrice de [AB]

M2 Le partage du plan

Exercice

●	*2 points*
1 point	*2 points*

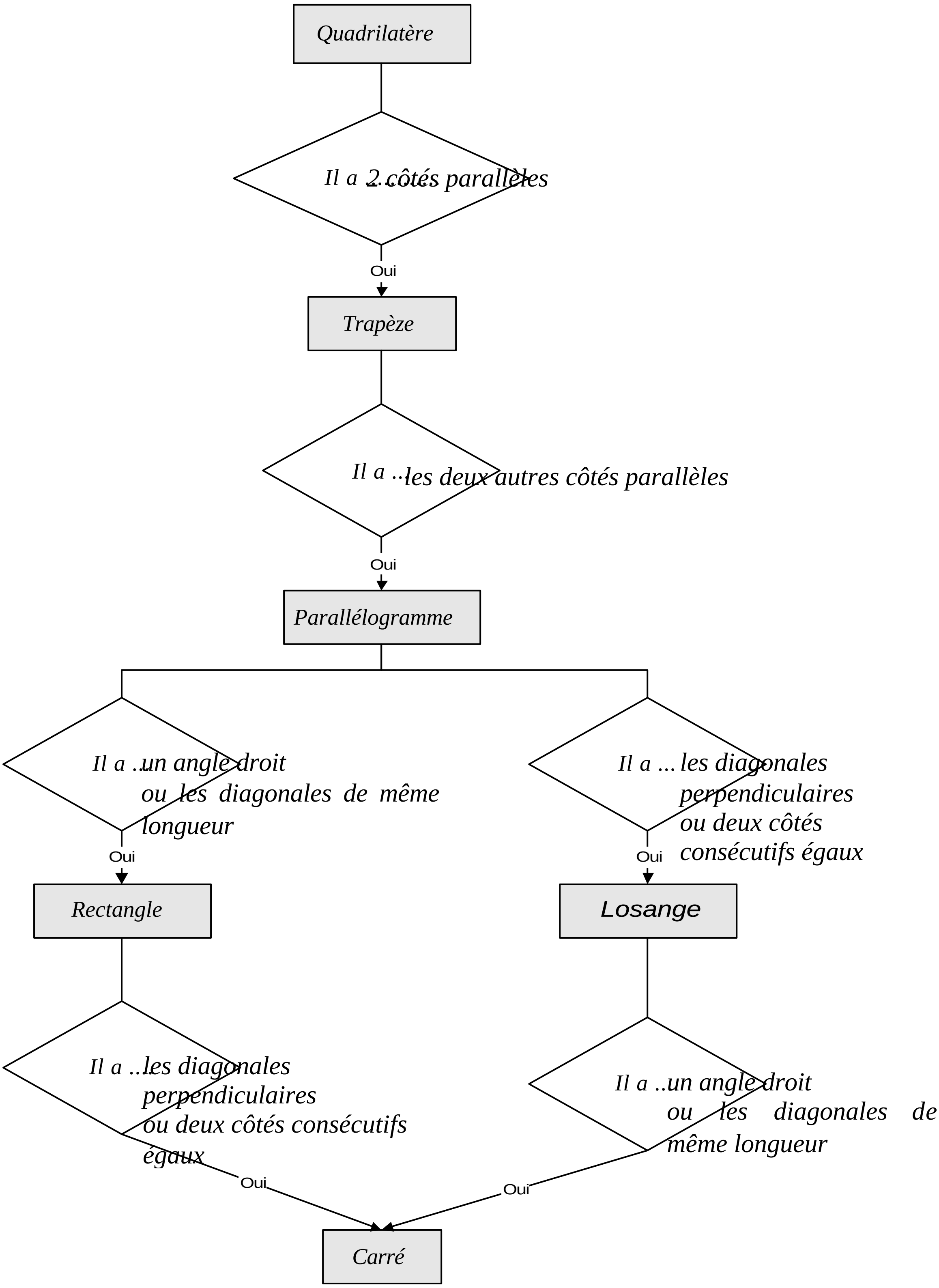
6.7 Symétrie et triangle

Exercice 4

Corrigés des exercices

6.8 Symétrie et quadrilatères

Exercice 1



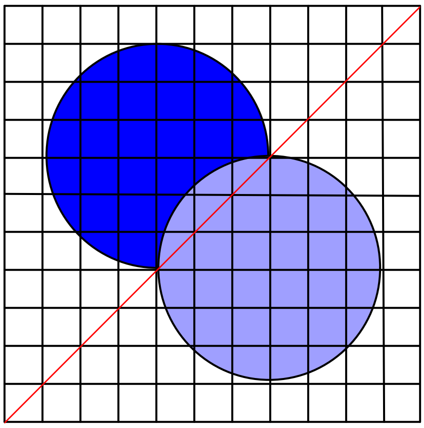
✵ ✵ ✵ ✵ ✵

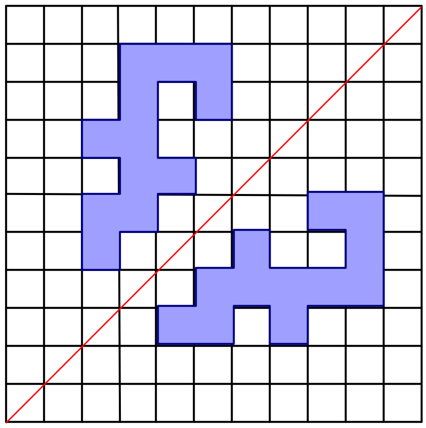
6.9 Symétrie et quadrillages

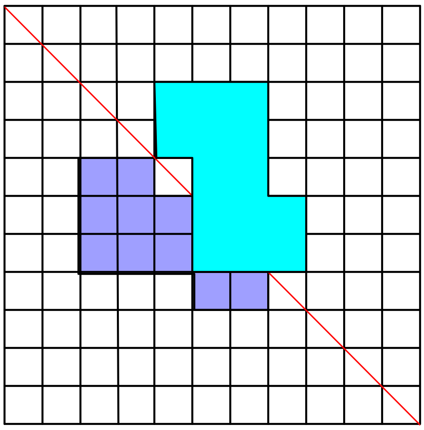
Corrigés des exercices

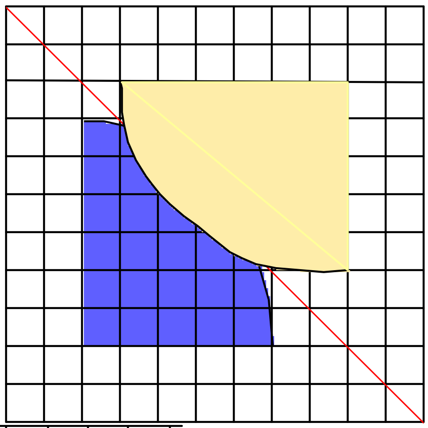
<u>Exercice</u>

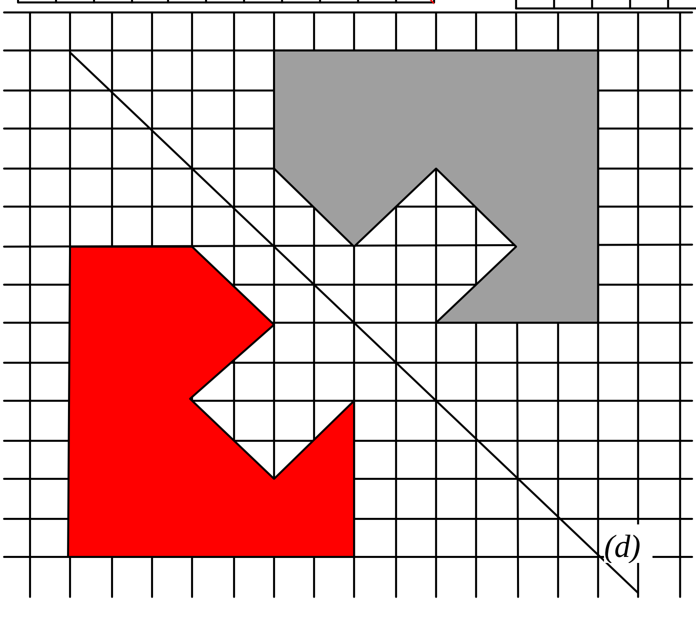
En utilisant le quadrillage, tracer la figure symétrique de celle qui s'y trouve par rapport à l'axe oblique.



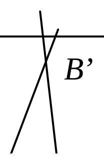








[M3 Utiliser les points d'intersection avec l'axe](#)



Corrigés des exercices

Exercice 1

Placer le point M, intersection de (AB) et de d.
M est un point de l'axe de symétrie, donc son symétrique est ***lui-même M***
La droite (AB) passe par les points A et M, donc la symétrique de (AB) passe par les symétriques de A et de M qui sont : ***A' et M***
On trace la symétrique de (AB) qui s'appelle ***(A'M)***
Placer le point N, intersection de (BA') et de d.
N est un point de l'axe de symétrie, donc son symétrique est ***N***
La droite (BA') passe par les points A' et N, donc la symétrique de (BA') passe par les symétriques de A' et de N qui sont : ***A et N***
On trace la symétrique de (BA') qui s'appelle ***(AN)***
Le point B est sur les deux droites ***(AM)*** *et* ***(A'N)****.*
Son symétrique B' est donc sur les symétriques de ces deux droites: ***(A'M)*** *et* ***(AN).***
Conclusion *: B' est le point d'intersection des droites* ***(A'M)*** *et* ***(AN)***

Exercice 2