TRIGONOMÉTRIE2

I) Les équations trigonométriques élémentaires

1) Equation: $\cos x = a$ Soit a un nombre réel.

Si $a > 1$ ou $a < -1$ alors l'équation $\cos x = a$ n'admet pas de solution dans $\mathbb{R}$ et on a : $S = \varnothing$.

Si $-1 \le a \le 1$ réels alors il existe un unique réels : α dans $[0;\pi]$ tel que $\cos x = \cos \alpha$ et alors on a :

$$S = \{\alpha + 2k\pi; -\alpha + 2k\pi / k \in \mathbb{Z}\}.$$

2)Equation: $\sin x = a$

Si $a > 1$ ou $a < -1$ alors l'équation $\sin x = a$ n'admet pas de solution dans $\mathbb{R}$ et on a : $S_{\mathbb{R}} = \varnothing$.

Si $-1 \le a \le 1$ réels alors on a l'équation $\sin x = a$:

Et on sait qu'il existe un unique réels : α dans $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$

tel que $\sin x = \sin \alpha$ et alors on a :

$$S_{\mathbb{R}} = \{\alpha + 2k\pi; \pi - \alpha + 2k\pi / k \in \mathbb{Z}\}.$$

3) Equation : $\tan x = a$

L'équation $\tan x = a$ est définie dans $\mathbb{R}$ ssi

$x \in \mathbb{R} - \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi\right\}$ avec k un nombre relatif

il existe un unique réel : α dans $\left]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right[$ tel que

$\tan x = \tan \alpha$ et alors on a : $S_{\mathbb{R}} = \{\alpha + k\pi / k \in \mathbb{Z}\}$.

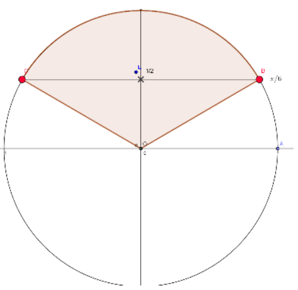
II) Les inéquations trigonométriques élémentaires

Exemple1 : Résoudre dans $[0, 2\pi[$ l'inéquation suivante :

$\sin x \ge \frac{1}{2}$ **solution**

$\sin x \ge \frac{1}{2}$ ssi $\sin x \ge \sin \frac{\pi}{6}$

donc $S = \left[\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right]$

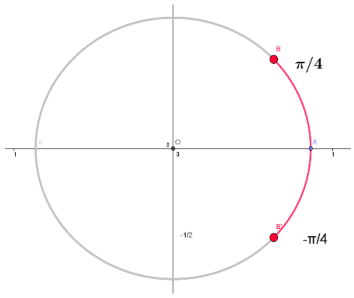


Exemple2 : Résoudre dans $]-\pi, \pi]$ l'inéquation suivante :

$\cos x \ge \frac{\sqrt{2}}{2}$ **Solution**

$\cos x \ge \frac{\sqrt{2}}{2}$ ssi $\cos x \ge \cos \frac{\pi}{4}$

donc $S = \left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$



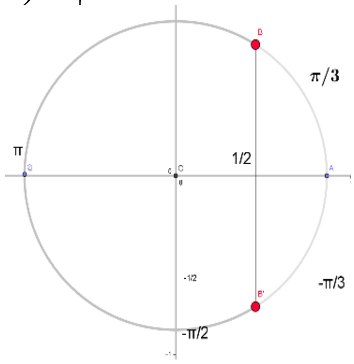
Exemple3 : Résoudre dans $\left]-\frac{\pi}{2}, \pi\right]$ l'inéquation suivante :

$\cos x \le \frac{1}{2}$ **solution**

$\cos x \le \frac{1}{2}$

ssi $\cos x \le \cos \frac{\pi}{3}$

Donc : $S = \left]-\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{3}\right] \cup \left[\frac{\pi}{3}, \pi\right]$



Exemple4 : Résoudre dans $S = \left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$ l'inéquation suivante : $\tan x \ge 1$

Solution :

$S = \left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right[$

Exemple5 : Résoudre dans $[0; 2\pi]$ l'inéquation suivante :

$\sin x > -\frac{\sqrt{2}}{2}$ **solution**

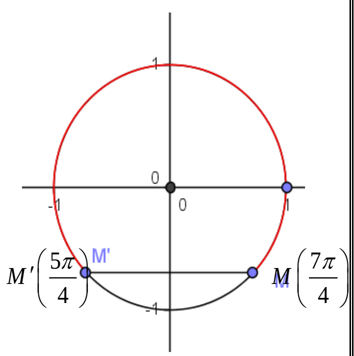
On sait que : $\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ et $\sin\left(\frac{7\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

L'arc MM' en rouge correspond a tous les points $M(x)$ tq x vérifie $\sin x > -\frac{\sqrt{2}}{2}$

Donc

$\sin x \ge \frac{1}{2}$ ssi $\sin x \ge \sin \frac{\pi}{6}$

donc $S = \left[0; \frac{5\pi}{4}\right[\cup \left]\frac{7\pi}{4}; 2\pi\right]$



« C'est en forgeant que l'on devient forgeron » Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices Que l'on devient un mathématicien