Enisse Groupe scolaire	**Evaluation N° 1** **Deuxième Semestre** **Mathématiques**	**Niveau : 1 bac Sexp International** **Durée : 2h** **Date : 10 /03/2018**

Exercice 1 : (9 points) Calculer les limites suivantes :

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{2x^2+x-1}{x^3-5} \quad ; \quad \lim_{x\to-1} \frac{3x^2-x-4}{\sqrt{x+5}+2x} \quad ; \quad \lim_{x\to3} \frac{10-5x}{x^2-6x+9}$$

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{5x^3+x-1}}{2x+1} \quad ; \quad \lim_{x\to-\infty} \sqrt{x^4-2x^3+1}-x \quad ; \quad \lim_{x\to-\infty} \sqrt{2x^2-x+1}+3x$$

$$\lim_{x\to+\infty} \sqrt{4x^2-x+2}-2x \quad ; \quad \lim_{x\to0} \frac{1-\cos 5x}{x\sin 3x} \quad ; \quad \lim_{x\to2} \frac{\tan(x-2)}{x^2-4}$$

Exercice 2 (5 points) : Soit la suite définie par

$$\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \dfrac{2U_n - 1}{2U_n + 5} \quad (\forall n \in \mathbb{N}) \end{cases}$$

1. Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad U_n > -1$ (1 pt)
2. On pose $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad V_n = \frac{2U_n+1}{U_n+1}$
   a. Montre que (V_n) est une suite géométrique de raison $q = \frac{3}{4}$ (1,5 pt)
   b. Calculer V_n en fonction de n (0,5 pt)
   c. Déduire U_n en fonction de n (1 pt)
   d. Calculer $S_n = V_0 + V_1 + \dots\dots\dots + V_n$ en fonction de n (1 pt)

Exercice 3 : (6 points) On pose $A(x) = \sqrt{3}\,(4\cos^4 x + \sin^2 2x) - 2\sin 2x \quad (\forall x \in \mathbb{R})$

1. Calculer $A\left(\frac{\pi}{4}\right)$ et $A\left(-\frac{\pi}{6}\right)$ (1 pt)
2. a. Montre que : $(\forall x \in \mathbb{R}) \quad 4\cos^2 x - \sin^2 2x = 4\cos^4 x$ (1 pt)
   b. En déduire que : $(\forall x \in \mathbb{R}) \quad A(x) = 4\cos x\left(\sqrt{3}\cos x - \sin x\right)$ (1 pt)
3. Montrer que : $\forall (x \in \mathbb{R}) \quad A(x) = 8\cos x \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$ (1 pt)
4. a. Résoudre dans $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$: $A(x) = 0$ (1 pt)

   b. Résoudre dans $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$: $A(x) > 0$ (1 pt)

Bonne Chance