

## EXERCICES CORRIGES

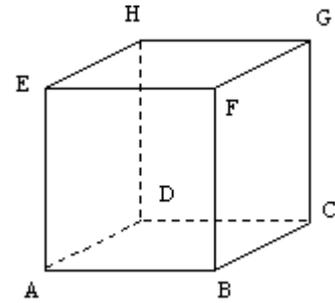
### Exercice n°1.

Un cube ABCDEFGH est représenté ci-contre :

Les quadruplets de points suivants déterminent-ils un repère de l'espace ?

Ce repère est-il orthonormal ?

- |                 |              |
|-----------------|--------------|
| 1) a) (D,A,C,H) | b) (D,A,B,H) |
| c) (D,B,F,H)    | d) (D,C,H,E) |
| e) (A,B,C,G)    | f) (A,B,C,F) |
| g) (A,B,C,H)    | h) (A,B,C,E) |

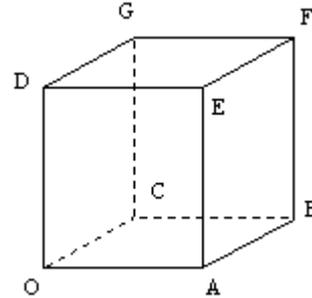


### Exercice n°2.

Considérons le cube ci-contre, d'arête égale à 1

On considère le repère  $(O; \overrightarrow{OA}; \overrightarrow{OC}; \overrightarrow{OD})$ .

- Donner les coordonnées des sommets du cube.
- Quelles sont les coordonnées du milieu de [AE] ?
- Quelles sont les coordonnées du centre I du carré DEFG ?
- Quels sont les points de coordonnées respectives  $\left(0; 0; \frac{1}{2}\right)$ ;  $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 0\right)$ ;  $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$  ?



### Exercice n°3.

ABCDEFGH est un pavé droit..

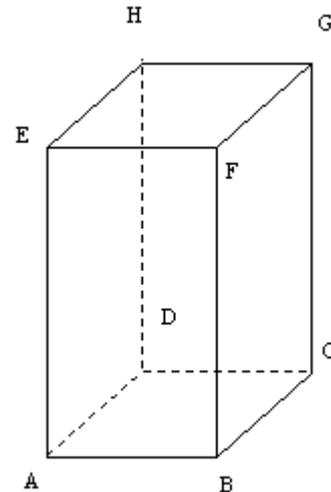
AB=AD=1.

AE=2

I est le milieu de [DH]

Calculez les coordonnées de chacun des huit sommets dans chacun des repères suivants :

- $(D; \overrightarrow{DA}; \overrightarrow{DC}; \overrightarrow{DH})$
- $(D; \overrightarrow{DA}; \overrightarrow{DC}; \overrightarrow{DI})$



### Exercice n°4.

On considère un repère orthonormal  $(O; \overrightarrow{OI}; \overrightarrow{OJ}; \overrightarrow{OK})$

- A est le point de coordonnées (1 ; 1 ; 0).
  - Quelle est la nature du quadrilatère OIAJ ?
  - Calculez OA
- B est le point de coordonnées (0 ; 1 ; 1).
  - Quelle est la nature du quadrilatère OJBK ?
  - Calculez OB

### Exercice n°5.

Les points A et B ont pour coordonnées respectives (3;5;-2) et (4;-3;1).

- Calculer les coordonnées du vecteur  $\overrightarrow{AB}$ .
- Calculer les coordonnées du point I, milieu de [AB].

### Exercice n°6.

Dans un repère orthornormé  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ , on considère les points A(2,4,-7) et B (-2,1,-1).

Calculer la norme du vecteur  $\overrightarrow{AB}$

### Exercice n°7.

- Les vecteurs  $\vec{u}(3;6;12)$  et  $\vec{v}(2;4;8)$  sont ils colinéaires ?
- Quelles sont les coordonnées du vecteur  $\vec{u} + \vec{v}$  ?
- Quelles sont les coordonnées du vecteur  $2\vec{u} - 5\vec{v}$  ?

### Exercice n°8.

Soient A(-2 ; 1 ; 10) ; B(-3 ; 1 ; -2) et C le point tel que  $\overrightarrow{OC} = 5\vec{i} + 4\vec{j} - \vec{k}$ .

Déterminer les coordonnées du vecteur  $\vec{u} = 4\overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{AB}$ .

Exercice n°9.

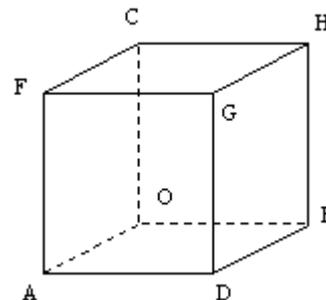
Dans le cube ci-dessous, on considère le repère orthonormal  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$  tel que

$$\vec{OA} = 10\vec{i}, \vec{OB} = 10\vec{j} \text{ et } \vec{OC} = 10\vec{k}$$

Déterminer les coordonnées des points E,F,G,H,L et K définis vectoriellement par

$$\vec{OE} = \frac{3}{2}\vec{OA} + \frac{2}{5}\vec{OB} - \frac{3}{10}\vec{OC}$$

$$\vec{OK} = \frac{6}{5}\vec{OG} + \frac{1}{5}\vec{OE} \text{ et } \vec{AL} = \frac{2}{5}\vec{DB} - \frac{1}{2}\vec{OF}$$

Exercice n°10.

Dans le repère  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ , on considère les points : A(3;0;0) B(0;5;0) et C(0;0;4). Calculez les coordonnées du point G centre de gravité du triangle ABC.

Exercice n°11.

Dans un repère orthonormal  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ , on considère les points A(2;1;3) B(4;-1;5) et C(4;2;-7)

- 1) Montrez que les points A,B et C ne sont pas alignés.
- 2) Calculez les coordonnées des points :
  - a) D tel que  $2\vec{AB} + 3\vec{AD} = \vec{BC}$
  - b) E est le milieu de [BC]
  - c) F est le centre de gravité du triangle ABC.
  - d) G vérifie  $3\vec{GA} - 2\vec{GB} = \vec{CG}$

Exercice n°12.

Soient A(-1 ; -2 ; -3) , B(1 ; 1 ; 1) et C(3 ; 4 ; 5). Montrer que les points A,B et C sont alignés.

Exercice n°13.

Soient A(2 ; 1 ; 5),  $B\left(\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}\right)$  et C(0 ; -5 ; 3). Déterminer les coordonnées du point D pour que (ABCD) soit un parallélogramme.

Exercice n°14.

Soient  $A\left(1; 3; \frac{1}{2}\right)$ , B(-1 ; 4 ; 1), C(2 ; 3 ; 0) et D(1 ; 4 ; 0). Montrer que les points A,B,C et D sont coplanaires.

Exercice n°15.

Le plan P a pour équation :  $x + 3y - z + 7 = 0$

- 1) Donner un vecteur normal à P
- 2) a) Donner les coordonnées d'un point M de P.
- b) Le point L(1;-1;2) appartient-il au plan P ?
- c) Déterminer le réel z pour que le point N(2;5;z) appartienne au plan P.

Exercice n°16.

Le plan P a pour équation :  $2x + y + z = 6$

- 1) Donner un vecteur normal à P
- 2) a) Déterminer les coordonnées du point A, intersection du plan P avec l'axe des abscisses (Ox).
- b) Déterminer les coordonnées des points B et C, intersections respectives du plan P avec les axes (Oy) et (Oz).
- 3) Dans un repère de l'espace, placer les points A,B et C. Tracer les droites (AB), (AC) et (BC), traces du plan P sur les plans de coordonnées

Exercice n°17.

Dans un repère  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ , on considère les points A(-3;4;6) B(2;3;1) C(1;3;3) et D(6;2;-2)

- 1) Calculez les coordonnées des vecteurs  $\vec{AB}$ ,  $\vec{AC}$  et  $\vec{CD}$
- 2) a) Les vecteurs  $\vec{AB}$  et  $\vec{AC}$  sont ils colinéaires ?
- b) Justifiez que les droites (AB) et (CD) sont parallèles

- 3) On considère l'équation (E)  $2x + 5y + z = 20$  et le point  $F(1;1;1)$
- Vérifiez que les coordonnées des points A,B,C et D vérifient cette équation.
  - Déterminez les coordonnées de S tels que A,B et S soient alignés et  $x_s = 7$
  - Déterminez les coordonnées du point P vérifiant l'équation (E) et tel que O,F et P soient alignés.

Exercice n°18.

Déterminer un vecteur normal  $\vec{n}$  pour chacun des plans suivants :

$$P_1 : -x + y + 2z - 1 = 0 \quad P_2 : 3x - y = 0 \quad P_3 : 2y - 1 = 0 \quad P_4 : 2x - z + 3 = 0$$

Exercice n°19.

Déterminer une équation du plan  $P$  passant par le point A et de vecteur normal  $\vec{n}$

- A(2;-3;5) et  $\vec{n}(3;2;1)$
- A(4;-2;1) et  $\vec{n}(5;3;2)$
- A(1;1;0) et  $\vec{n}(0;2;1)$

Exercice n°20.

On considère le plan  $P$  d'équation :  $2x - 3y + 6z - 18 = 0$

- Donner un vecteur normal  $\vec{n}$  au plan  $P$
- Déterminer une équation du plan  $P'$  parallèle au plan  $P$  passant par le point  $B(6;-4;-4)$ .

Exercice n°21.

On considère les plans  $P$  et  $P'$  de l'exercice précédent.

Déterminer le point A du plan  $P$  tel que  $\overline{AB}$  et  $\vec{n}$  soient colinéaires.

En déduire la distance entre les plans parallèles  $P$  et  $P'$ .

Exercice n°22.

Dans chacun des cas suivants, préciser si les plans  $P$  et  $P'$  sont parallèles :

- $P$  d'équation  $2x + y - z = 5$  et  $P'$  d'équation  $-x + \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z = 7$
- $P$  d'équation  $x + 3y - 5z = 4$  et  $P'$  d'équation  $-3x - 9y + 15z = -6$
- $P$  d'équation  $x + 3y - 2z = 8$  et  $P'$  d'équation  $-4x - 12y + 8z = -32$

Exercice n°23.

On considère les points A(2;1;1), B(3;0;2) et C(0;2;1).

On cherche à déterminer une équation du plan (ABC) de la forme  $ax + by + cz = d$ , par deux méthodes différentes.

- Donner les coordonnées des vecteurs  $\overline{AB}$  et  $\overline{AC}$ . Vérifiez que les points A,B et C définissent un plan (ABC).
  - Déterminer un vecteur normal  $\vec{n}(a;b;c)$  au plan (ABC). (on pourra écrire que  $\overline{AB} \cdot \vec{n} = 0$  et  $\overline{AC} \cdot \vec{n} = 0$ , et choisir a=1)
  - En déduire une équation du plan (ABC)
- En écrivant que chacun des points A,B et C appartient au plan (ABC), déterminer une équation de ce plan (On sera amené à choisir une valeur pour l'un des nombres  $a, b, c$  ou  $d$ .)

Exercice n°24.

Soient les deux plans  $P$  et  $P'$  d'équations respectives dans un repère orthonormal  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

$$\text{Pour } P : (\cos t)x + (\sin t)y - z = 0$$

$$\text{Pour } P' : (\cos t)x + (\sin t)y + z = 0$$

où  $t$  représente un paramètre réel.

- $P$  et  $P'$  sont-ils perpendiculaires? Justifier.
- Pour quelles valeurs de  $t$  l'axe  $Ox$  est-il parallèle à  $P$  ?
- Donner un vecteur directeur de la droite intersection des deux plans.
- Calculer la distance de  $A(\cos t, \sin t, -3)$  au plan  $P$ .