

**TD : FONCTIONS PRIMITIVES**

**Exercice1** : Soit la fonction  $f$  définie sur  $]0; +\infty[$

par :  $f(x) = 2x^2 + x + 1 + \frac{1}{x^2}$

1) Déterminer les fonctions primitives de la fonction  $f$  sur  $]0; +\infty[$

2) Déterminer la fonction primitive de la fonction  $f$  sur  $]0; +\infty[$  tel que :  $F(1) = 3$

**Exercice2** : (situation directe): Déterminer une fonction primitive des fonctions suivantes :

1)  $f(x) = 5x^4 + 3x + 1$     2)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} + \cos x + \sin x - 1$

3)  $f(x) = \sin x + x \cos x$     4)  $f(x) = (2x - 1)^3$

5)  $f(x) = \frac{x}{(x^2 - 1)^2}$     6)  $f(x) = 5x^3 \sqrt{3x^2 + 1}$

7)  $f(x) = \frac{4x + 1}{(2x^2 + x)^4}$     8)  $f(x) = 7x \cos(\pi x^2 + 3)$

**Exercice3** : Déterminer une fonction primitive des fonctions suivantes :

1)  $f(x) = \frac{2}{x^2 + 2x + 4}$     2)  $f(x) = \frac{6}{x^2 + x + 1}$

**Exercice4** : Déterminer une fonction primitive des fonctions suivantes :

1)  $f(x) = \frac{2}{4x^2 + 4x + 1}$     2)  $f(x) = \frac{6}{x^2 + x + 1}$

**Exercice5** : Soit la fonction  $f$  définie par :

$f(x) = 2x + 1$  si  $x \leq 1$

$f(x) = 2x - 1$  si  $x > 1$

Montrer que la fonction  $f$  n'admet pas de primitive sur  $\mathbb{R}$

**Exercice6** : Déterminer les fonctions primitives des fonctions :

1)  $f(x) = \frac{x^2 + 5}{x^2 + 1}$     2)  $f(x) = \frac{\sin x}{\sqrt[3]{2 + \cos x}}$

3)  $f(x) = 2x \sin x + x^2 \cos x$     4)  $f(x) = (4x + 5)^2$

5)  $f(x) = 2\sqrt{2x + 1}$

6)  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$

7)  $f(x) = x\sqrt{x^2 + 1}$

8)  $f(x) = \tan^2 x$

9)  $f(x) = \cos^4 x$  (utiliser :  $\cos^2 x = (1 + \cos 2x)/2$ )

10)  $f(x) = \sin^3 x$  (Remarquer que :  $\sin^3 x = \sin x \sin^2 x$ )

**Exercice7**: Soit la fonction  $f$  définie sur  $[0; +\infty[$

par :  $f(x) = \frac{x^2 + 2x}{(x + 1)^2}$

1) Déterminer les réels  $a$  et  $b$  tels que :

$f(x) = a + \frac{b}{(x + 1)^2} \quad \forall x \in [0; +\infty[$

2) Déterminer la fonction primitive  $F$  de la fonction  $f$  sur  $[0; +\infty[$  tel que :  $F(1) = \frac{5}{2}$

**Exercice8**: Soit la fonction  $f$  définie sur  $[1; +\infty[$

par :  $f(x) = x\sqrt{x - 1}$

1) montrer que :  $f(x) = \sqrt{(x - 1)^3} + \sqrt{x - 1} \quad \forall x \in [1; +\infty[$

2) Déterminer la fonction primitive  $F$  de la fonction  $f$  sur  $[1; +\infty[$  tel que :  $F(2) = 1$

**Exercice9**: Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$f(x) = \frac{5x^4 + 40x^2 + 20x + 80}{(x^2 + 4)^2}$

1) Déterminer les réels  $a$  et  $b$  et  $c$  tels que :

$f(x) = \frac{ax + b}{(x^2 + 4)^2} + c \quad \forall x \in \mathbb{R}$

2) Déterminer la fonction primitive  $F$  de la fonction  $f$  sur  $\mathbb{R}$  tel que :  $F(0) = c$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron  
Dit un proverbe.

