

## TD : FONCTIONS - Généralités

**Exercice1:** Soit la fonction  $f$  définie par ,  $f(x) = 3x^2 - 1$

- 1) Calculer l'image de 1 et  $\sqrt{2}$  et  $-1$  par  $f$ .
- 2) Déterminer les antécédents éventuels de 2 par  $f$ .

**Exercice2:**

a. On considère la fonction définie par :  $x \xrightarrow{f} \frac{1}{x-3}$

Parmi les valeurs suivantes, laquelle/lesquelles n'a/ont pas d'image par  $f$  ? 0 ; 2 ; -3 ; 3.

b. On considère la fonction définie par :  $x \xrightarrow{g} \sqrt{x-3}$

Parmi les valeurs suivantes, laquelle/lesquelles n'a/ont pas d'image par  $g$  ? 0 ; 2 ; -3 ; 4.

c. On considère la fonction définie par :  $x \xrightarrow{h} \frac{1}{\sqrt{7-x}}$

Parmi les valeurs suivantes, laquelle/lesquelles n'a/ont pas d'image par  $h$  ? 5 ; -6 ; 9 ; 7.

**Exercice3 :** Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes définie par :

1)  $f(x) = 3x^2 - x + 1$ .      2)  $f(x) = \frac{x^3}{2x-4}$ .      3)

$f(x) = \frac{2x^4}{x^2-4}$ .      4)  $f(x) = \frac{7x-1}{x^3-2x}$ .

5)  $f(x) = \sqrt{-3x+6}$ .      6)  $f(x) = \frac{x-5}{2x^2-5x-3}$ .

7)  $f(x) = \sqrt{x^2-3x+2}$ .      8)  $f(x) = \sqrt{\frac{-3x+9}{x+1}}$ .

9)  $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{-2x^2+x+3}}$ .      10)  $f(x) = \frac{|x-5|}{x^2+1}$ .

11)  $f(x) = \frac{\sqrt{|x|}}{x}$ .      12)  $f(x) = \frac{\sqrt{x+2}}{x-1}$ .

13)  $f(x) = \sqrt{-2x^2+x+3}$ .      14)  $f(x) = \frac{|x-5|}{x^2+1}$ .

15)  $f(x) = \frac{\sqrt{|x|}}{x}$ .      16)  $f(x) = \frac{\sqrt{x-2}}{2x+4}$ .

17)  $f(x) = 3x^2 - \frac{1}{x} + \sqrt{-x}$ .      18)  $f(x) = \frac{x}{|2x-4| - |x-1|}$ .

19)  $f(x) = \frac{2 \sin x}{2 \cos x - 1}$ .      20)  $f(x) = \sqrt{\frac{-2x^2+2x+13}{x^2-x-6}}$ .

21)  $f(x) = \sqrt{x^2 + (2\sqrt{3} - \sqrt{2})x - 2\sqrt{6}}$ .

**Exercice4:** Soient les deux fonctions :

$$f(x) = \frac{3x^2+1}{\sqrt{x^2}} \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{1+3x^2}{|x|}$$

Est-ce que :  $f=g$ . ? justifier

**Exercice5:** Soient les deux fonctions :

$$h(x) = \frac{x^2-x}{x} \quad \text{et} \quad t(x) = x-1$$

Est-ce que :  $f=g$ . ? justifier

**Exercice6:** Tracer la représentation graphique de la fonction  $f$  tq :  $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$  Sur  $I$  un l'intervalle

$$I = [-2; 3]$$

**Exercice7:** que représente la courbe représentative d'une fonction affine  $f$  ( $f(x) = ax+b$  avec  $a \in \mathbb{R}$  et  $b \in \mathbb{R}$ )

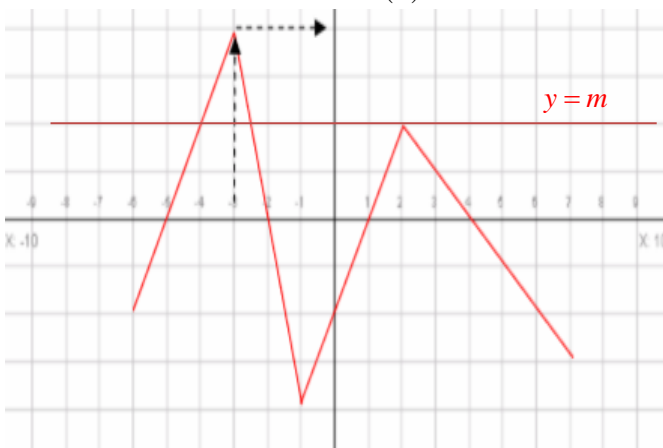
**Exercice8:** Tracer la représentation graphique de la fonction  $f$  tq :  $f(x) = |2x+3|$

**Exercice9:** Tracer la représentation graphique de la fonction  $f$  tq :  $f(x) = |x-2| + |x+2|$

**Exercice10:** La courbe ci-dessous représente la fonction  $f$  définie sur  $[-6; 7]$

Répondre par lecture graphique :

- 1- Quelles sont les images des réels -5, -3, 0 et 6 ?
- 2- Quels sont les antécédents de -1 et 0 ?
- 3- Résoudre graphiquement  $f(x) = 0$
- 4- Quel est, en fonction de  $m$ , le nombre de solutions de  $f(x) = m$
- 5- Résoudre graphiquement  $f(x) < 0$
- 6- Résoudre graphiquement  $f(x) \geq 2$



**Exercice11:** étudier la parité des fonctions suivantes

1)  $f(x) = 3x^2 - 5$     2)  $g(x) = \frac{3}{x}$     3)  $h(x) = 2x^3 + x^2$

4)  $t(x) = \frac{x}{x-2}$

**Exercice12:** Etudier la parité des fonctions suivantes définie

par : 1)  $f(x) = \frac{x^2-1}{x}$ .    2)  $f(x) = x^2 + \frac{1}{x}$ .

$$3) f(x) = \frac{|x|}{x^2 - 1} \quad 4) f(x) = \sqrt{1 - x^2} \quad 5) f(x) = \frac{2x^3}{x^2 + 5}$$

$$6) f(x) = |x| - \sqrt{2x^2 + 4} \quad 7) f(x) = \frac{\sqrt{x}}{2}$$

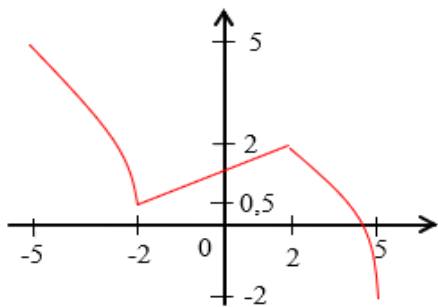
**Exercice13 :** soient les fonctions définies par :

$$1) f(x) = 7x - 5 \quad 2) g(x) = \frac{2}{x}$$

Etudier la monotonie de  $f$  et de  $g$

**Exercice14 :**

Soit la fonction définie par la représentations graphique suivante sur l'intervalle :  $[-5; 5]$



Dresser son tableau de variation sur l'intervalle :  $[-5; 5]$

**Exercice15 :** Soit  $f$  une fonction tq :  $f(x) = 3x^2 + 2$

- 1) déterminer  $D_f$
- 2) calculer le taux d'accroissement de fonction de  $f$  Entre  $x_1$  et  $x_2$  tq  $x_1 \neq x_2$
- 3) étudier les variations de  $f$  sur les intervalles  $[0; +\infty[$  et  $]-\infty; 0]$
- 4) Dresser son tableau de variation de  $f$

**Exercice16 :** Soit  $g$  une fonction tq :  $g(x) = \frac{x}{x+1}$

- 1) déterminer  $D_g$
- 2) calculer le taux d'accroissement de fonction de  $g$  Entre  $x_1$  et  $x_2$  tq  $x_1 \neq x_2$
- 3) étudier les variations de  $g$  sur les intervalles  $I = ]-\infty; -1[$  et  $J = ]-1; +\infty[$
- 4) Dresser son tableau de variation de  $f$

**Exercice17 :** Soit  $f$  une fonction tq :  $f(x) = x + \frac{1}{x}$

- 1) Déterminer  $D_f$  et étudier la parité de  $f$
- 2) Calculer Le taux d'accroissement  $T(x_1; x_2)$  de  $f$  entre  $x_1$  et  $x_2$  deux éléments de  $D_f$  tq  $x_1 \neq x_2$
- 3) Étudier les variations de  $f$  sur  $I = ]0; 1]$  puis sur  $J = ]1; +\infty[$
- 4) En déduire les variations de  $f$  sur  $D_f$
- 5) Dresser le tableau de variations de  $f$  sur  $D_f$

**Exercice18 :** Soit  $f$  une fonction numérique tq :

$$f(x) = 5x^2 + 3$$

Montrer que  $f(0) = 3$  est un minimum de  $f$  sur  $\mathbb{R}$

**Exercice19 :** Soit  $g$  une fonction numérique tq :

$$g(x) = -4x^2 + 1$$

Montrer que  $g(0) = 1$  est un maximum de  $g$  sur  $\mathbb{R}$

**Exercice20 :** Soit  $f$  une fonction numérique tq :

$$f(x) = -4x^2 + 4x + 5$$

1°a) montrer que  $f(x) = 6 - (2x - 1)^2$  pour tout  $x \in \mathbb{R}$

b) montrer que  $f(x) \leq 6$  pour tout  $x \in \mathbb{R}$

2° calculer :  $f\left(\frac{1}{2}\right)$  et en déduire les extrémums de  $f$  sur  $\mathbb{R}$

**Exercice21 :** donner le tableau et représenter la courbe des fonctions numériques définies par :

$$1) f(x) = \frac{1}{2}x^2 \quad 2) f(x) = -\frac{1}{2}x^2$$

**Exercice22 :** 1° Soit  $f$  une fonction numérique tq :

$$f(x) = 2x^2 - 4x - 2 \quad \text{et } (C_f) \text{ sa courbe représentative}$$

dans le repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

- 1) déterminer  $D_f$
- 2) déterminer  $\alpha$  et  $\beta$  tel que :  $f(x) = 2(x - \alpha)^2 + \beta$  Pour tout  $x \in \mathbb{R}$
- 3) déterminer le Tableau de variations de  $f$
- 4) tracer la courbe représentative  $(C_f)$  dans le repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

**Exercice23 :** 1° Soit  $f$  une fonction numérique tq :

$$g(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 1 \quad \text{et } (C_f) \text{ sa courbe représentative}$$

dans le repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

- 1) déterminer  $D_g$
- 2) déterminer  $\alpha$  et  $\beta$  tel que :  $g(x) = -\frac{1}{2}(x - \alpha)^2 + \beta$  Pour tout  $x \in \mathbb{R}$
- 3) déterminer le Tableau de variations de  $g$
- 4) tracer la courbe représentative  $(C_g)$  dans le repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

**Exercice24 :** 1° Soit  $f$  une fonction numérique tq :

$$f(x) = \frac{-2x + 1}{2x - 4} \quad \text{et } (C_f) \text{ sa courbe représentative dans le}$$

repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

- 1) déterminer  $D_f$

2) déterminer  $\alpha$  et  $\beta$  et  $k$  tel que :  $f(x) = \beta + \frac{k}{x-\alpha}$

Pour tout  $x \in \mathbb{R}$

3) déterminer le Tableau de variations de  $f$

4) tracer la courbe représentative ( $C_f$ ) dans le repère

$(O; \vec{i}; \vec{j})$

**Exercice25 :** 1° Soit  $f$  une fonction numérique tq :

$f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$  et ( $C_f$ ) sa courbe représentative dans le

repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1) déterminer  $D_f$

2) déterminer  $\alpha$  et  $\beta$  et  $k$  tel que :  $f(x) = \beta + \frac{k}{x-\alpha}$

Pour tout  $x \in \mathbb{R}$

3) déterminer le Tableau de variations de  $f$

4) tracer la courbe représentative ( $C_f$ ) dans le repère

$(O; \vec{i}; \vec{j})$

**Exercice26 :** 1° Soit  $f$  une fonction numérique tq :

$g(x) = \frac{-x}{x-2}$  et ( $C_g$ ) sa courbe représentative dans le

repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1) déterminer  $D_g$

2) déterminer  $\alpha$  et  $\beta$  et  $k$  tel que :  $g(x) = \beta + \frac{k}{x-\alpha}$

Pour tout  $x \in \mathbb{R}$

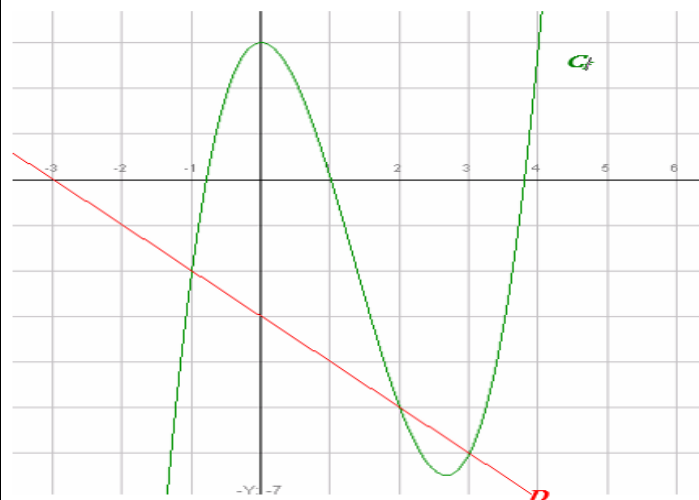
3) déterminer le Tableau de variations de  $g$

4) tracer la courbe représentative ( $C_g$ )

**Exercice27:** Soit la courbe ( $C_f$ ) représentative de  $f$  telle

que  $f(x) = x^3 - 4x^2 + 3$  et la droite ( $D$ ) d'équation

$y = -x - 3$



1- Résoudre graphiquement l'équation  $f(x) = 3$

2- puis l'inéquation  $f(x) < 3$ .

3- Résoudre graphiquement l'équation  $f(x) = 0$  et

l'inéquation  $f(x) \geq 0$

4- Résoudre graphiquement l'équation  $f(x) = -x - 3$

puis l'inéquation  $f(x) \leq -x - 3$

**Exercice28 :** Soient  $f$  et  $g$  les deux fonctions définies sur

$\mathbb{R}$  par :  $f(x) = x^2 - 3x - 4$  et  $g(x) = 3x + 12$

1) Tracer Les courbes représentatives ( $C_f$ ) et ( $C_g$ )

2) Résoudre graphiquement et algébriquement l'équation

$f(x) = g(x)$

3) Résoudre graphiquement et algébriquement

l'inéquation  $f(x) \geq g(x)$

4) Trouver les points d'intersection de la courbe ( $C_f$ )

avec les axes du repère

« C'est en forgeant que l'on devient forgeron » Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices

Que l'on devient un mathématicien

