

# FONCTIONS NUMERIQUES TCS1

## EXERCICE 1

On considère les fonctions  $f$  et  $g$  et  $h$  telles que :

$$f(x) = x^2 \text{ et } g(x) = \frac{1}{x} \text{ et } h(x) = \frac{x+1}{2}$$

1- Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation :  $g(x) = h(x)$

2- Construire les courbes  $(C_f)$  et  $(C_g)$  et  $(C_h)$  dans un même repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

3- Résoudre graphiquement les inéquations :

$$\text{a) } \frac{1}{x} < x + 1 \quad \text{b) } 2x^2 - x \geq 1 \quad \text{c) } \frac{1}{x} - x^2 \geq 0$$

## EXERCICE 2

On considère la fonction  $f$  telle que :  $f(x) = x^2 - 4x$

1- a) Vérifier que pour tout réel  $x$  on a :  $f(x) = (x - 2)^2 - 4$

b) Donner le tableau de variations de  $f$ .

c) Construire  $(C_f)$  dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

2- En déduire le graphe de chacune des fonctions  $g$ ,  $h$  et  $k$  telles que :

$$g(x) = -x^2 + 4x \text{ et } h(x) = |x^2 - 4x| \text{ et } k(x) = x^2 - 4|x|$$

(Utiliser des couleurs différentes pour les graphes)

## EXERCICE 3

Soient la fonction numérique  $f : x \rightarrow \frac{x-1}{x}$

et  $(C_f)$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

1- Tracer  $(C_f)$ .

2- a) En déduire la courbe de la fonction  $g$  telle que :  $g(x) = |f(x)|$

b) En utilisant le graphe de  $(C_g)$ , donner le tableau de variations de  $g$ .

c) Montrer que  $0 \leq g(x) \leq 1$  pour tout  $x$  de l'intervalle  $[\frac{1}{2}, 1]$ .

## EXERCICE 4

On considère la fonction  $f$  telle que :  $f(x) = -x^2 + 2x + 1$

et  $(C_f)$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

1- a) Vérifier que pour tout réel  $x$  on a :  $f(x) = -(x - 1)^2 + 2$

b) Donner le tableau de variations de  $f$ .

2- Quelle est la nature de  $(C_f)$ ? Construire  $(C_f)$ .

3- a) En déduire la courbe de la fonction  $g$  telle que :  $g(x) = |x^2 - 2x - 1|$

b) Discuter selon les valeurs du réel  $m$ , le nombre de solutions de l'équation

$g(x) - m = 0$ .

**EXERCICE5**

Soit la fonction numérique  $f : x \rightarrow \frac{2x-1}{x-1}$

et  $(C_f)$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

1- a) Déterminer  $D_f$  et trouver les réels  $\alpha$  et  $\beta$  tels que :  $f(x) = \alpha + \frac{\beta}{x-1}$

b) Donner le tableau de variations de  $f$  et Construire  $(C_f)$

2- On considère l'équation  $(E) : x^3 - x^2 - 2x + 1 = 0$

a) Vérifier que l'équation  $(E)$  est équivalente à  $x^2 = \frac{2x-1}{x-1}$

b) En déduire le nombre de solutions de l'équation  $(E)$ .

**EXERCICE6**

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = \begin{cases} x^2 - x, & x < 1 \\ \frac{1}{x} - 1, & x \geq 1 \end{cases}$

Construire la courbe  $(C_f)$  dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

puis donner le tableau de variations de  $f$

**EXERCICE7**

On considère la fonction  $f$  de la variable réel  $t$  telle que :  $f(t) = 20t - t^2$

1- a) trouver les réels  $a$  et  $b$  tels que  $f(t) = a - (t - b)^2$  pour tout  $t$  de  $\mathbb{R}$ .

b) Etudier les variations de  $f$  sur  $[10, +\infty[$  et sur  $]-\infty, 10]$ .

2- Un lot de terrain est sous la forme d'un triangle équilatérale de coté 20 m.

On veut construire une maison sur une portion rectangulaire ABCD (voir figure).

Déterminer la longueur et la largeur pour que la surface du rectangle ABCD soit maximale.