

Exercice 1:

On considère la fonction f définie par : $f(x) = \frac{2x}{x+1}$

- 1) Etudier la parité de la fonction f
- 2) Déterminer la nature et les caractéristiques de la courbe (C_f)
- 3) a) Construire dans un même repère les deux courbes (C_f) et la parabole (P) d'équation $y = x^2$
- b) Résoudre graphiquement l'inéquation $\frac{2x}{x+1} - x^2 \geq 0$
- 4) Soit g la fonction définie par $g(x) = \frac{2|x|}{|x|+1}$
 - a) Etudier la parité de la fonction g
 - b) Montrer que $g(x) = f(x)$ pour tout x de \mathbb{R}^+
 - c) Construire dans le même repère la courbe de la fonction g .

Exercice 2:

On considère la fonction f définie par $f(x) = x^2 + \frac{4}{x^2}$

- 1) a) Déterminer le domaine de la définition de f
- b) Etudier la parité de f
- 2) a) Montrer que $T = \frac{f(a) - f(b)}{a - b} = \frac{(a+b)((ab)^2 - 4)}{(ab)^2}$ pour a et b deux éléments distincts de \mathbb{R}^*
- b) Dédire que f est strictement croissante sur $[\sqrt{2}; +\infty[$ et st décroissante sur $]0; \sqrt{2}]$
- c) Dresser le tableau des variations de f sur \mathbb{R}^* (justifier)
- d) Dédire que $x^2 + \frac{4}{x^2} \geq 4$ pour tout x de \mathbb{R}^*
- 3) On considère la fonction h définie par $h(x) = x|x| + \frac{4}{x|x|}$
 - a) Etudier la parité de h
 - b) Montrer que $g(x) = f(x)$ pour tout x de $]0; +\infty[$
 - c) Dresser le tableau des variations de h sur \mathbb{R}^* (justifier)