

Pendule de torsion

Exercice 1

Un pendule de torsion est constitué par un fil métallique vertical, fixé à l'une des extrémités un disque horizontal, homogène de masse $M = 5,60\text{kg}$ et de diamètre $d = 24\text{cm}$. L'autre extrémité du fil est étant fixé à un support. Le système (disque+fil) peut tourner autour d'un axe fixe (Δ) matérialisé par le fil métallique.

Lorsque on applique une force d'intensité $4,23\text{N}$ et de direction tangente à la gante du disque, ce dernier tourne d'un angle $\theta = 3,34^\circ$ de sa position d'équilibre stable. Puis on enlève cette force et on lâche le système sans vitesse initiale.

1. Calculer la constante de torsion C du fil métallique
2. En appliquant la relation fondamentale de la dynamique, Établir l'équation différentielle du mouvement du système.
3. La solution de l'équation différentielle s'écrit de la forme suivante :

$$\theta(t) = \theta_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi_0\right)$$

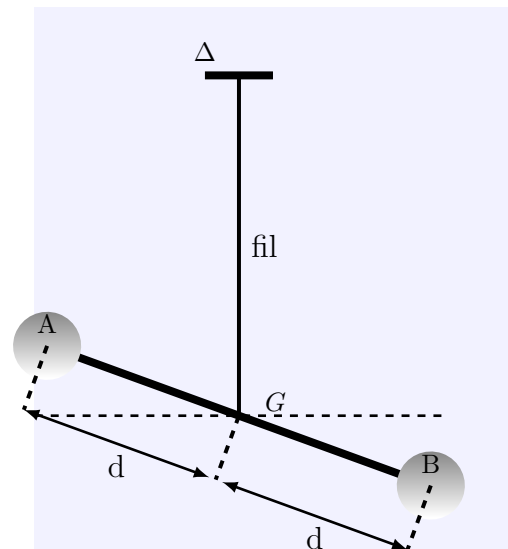
Déterminer l'expression de la période propre T_0 des oscillations et la fréquence f_0 et les calculer.

4. Écrire l'équation horaire du mouvement $\theta(t)$. Quelle est la nature de ce mouvement ?

Exercice 2

Une barre horizontale AB est supportée par un fil vertical dont une des extrémité est fixée au centre de gravité G de AB, et, l'autre extrémité est attachée à un point fixe O. Deux masse ponctuelles de 100g chacune sont placées sur l'axe AB de la barre, l'une sur GA et l'autre sur GB. On pose $GA = GB = d$

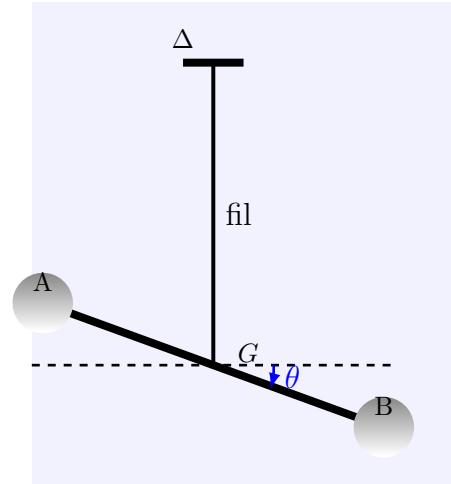
En absence des masse m , la période vaut 4s ; lorsque les masse sont placées de $d = 20\text{cm}$, la période vaut $6,93\text{s}$. Calculer le moment d'inertie de la tige et la constante de la torsion du fil.



Exercice 3

Une barre horizontale AB est supportée par un fil vertical de constante de torsion C dont une des extrémité est fixée au centre de gravité G de AB, et, l'autre extrémité est attachée à un point fixe O.

Deux masse ponctuelles de même masse sont placées sur l'axe AB de la barre
 Le moment d'inertie du système (tige + deux masses) par rapport à un axe Δ matérialisé par le fil vertical est $J_{\Delta} = 1,46kg.m^2$
 La période propre du pendule de torsion en absence de frottement est $T_0 = 7min$



1. Étude du pendule de torsion

On néglige tous les frottement et l'angle de torsion sera noté par θ , la vitesse angulaire par $\frac{d\theta}{dt}$ et l'accélération angulaire par $\frac{d^2\theta}{dt^2}$.

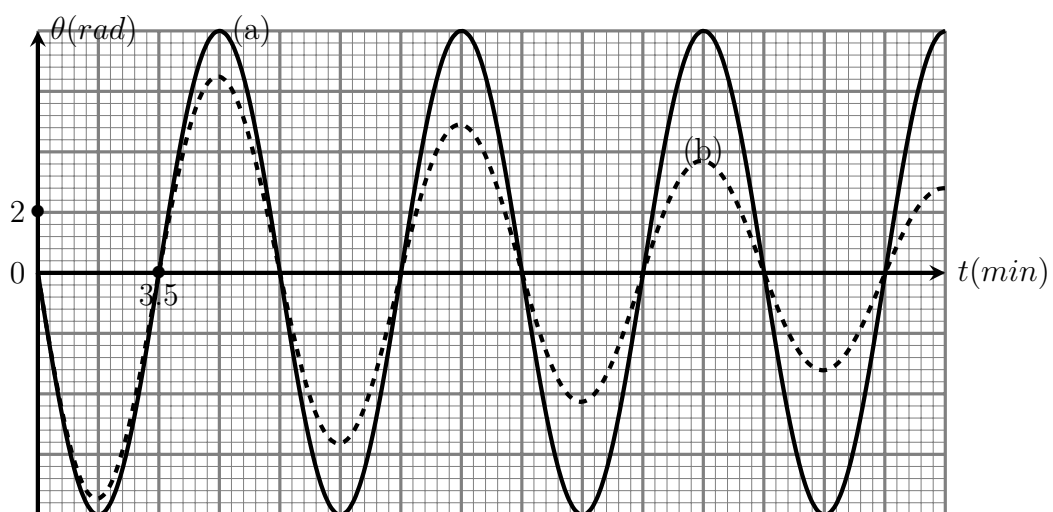
- Établir l'équation différentielle vérifiée par l'angle de torsion θ au cours des oscillations du pendule de torsion .
- La solution de cette équation différentielle s'écrit sous la forme suivante :

$$\theta(t) = \theta_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$$

En utilisant l'équation différentielle et sa solution , trouver l'expression de la période propre T_0 du pendule en fonction de C et J_{Δ} . En déduire la valeur de la constante de torsion C du fil utilisé dans cette expérience .

2. Exploitation de la représentation $\theta = f(t)$

On réalise deux expériences pour mesurer la période propre du pendule , l'une , avec frottements , l'autre en absence de frottements . Les deux courbes (a) et (b) de la figure ci-dessous représentent la variation de θ en fonction de t dans chaque cas.



- Indiquer , en justifiant votre réponse , la courbe correspond au régime pseudo-périodique
- Déterminer , en utilisant la figure ci-dessus en absence des frottements , la valeur de la vitesse angulaire du mouvement du pendule de torsion à l'instant $t = 0$