***Fiche technique***

|  |  |
| --- | --- |
| **Matière : Mathématiques** | **Professeur : Mouad ZILLOU** |

|  |
| --- |
| ***Ensemble des nombres entiers naturels et Notions en arithmétique*** |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Niveau : TCSF** | **Durée : 7 heures** |  |
| * Utiliser la parité et la décomposition en produit de facteurs premiers pour résoudre des problèmes simples portant sur les entiers naturels. | | **Les capacités attendues** |
| * Les nombres pairs et les nombres impairs ; * Multiples d’un nombre, le plus petit multiple commun de deux nombres ; * Diviseurs d’un nombre, le plus grand diviseur commun de deux nombres ; * Nombres premiers, décomposition d’un nombre en produit de facteurs premiers. | | **Contenus du programme** |
| * On introduira les symboles : * L’objectif de la présentation de « notions en arithmétique » est d’initier les élèves à des modes de démonstration à travers l’utilisation des nombres pairs et des nombres impairs sans excès. | | **Recommandations pédagogiques** |
| * Les orientations pédagogiques. * Livre d’élève (najah) * Des sites électroniques. * Distribution périodique du programme de mathématiques. | | **Fichiers utilisés dans la préparation du cours** |
| * Ecrire l’activité au tableau * Marquer les difficultés * Répartir les tâches * Donner une durée suffisante pour la recherche individuelle * Diagonaliser les prérequis des apprenants * Noter les observations | | **Rôle de l’enseignant** |
| * Ecrire les activités * Répondre aux questions de l’activité avec la justification de ses solutions. * Formuler les résultats de l’activité sous forme d’un théorème, une propriété… * Répondre aux exercices | | **Rôle de l’apprenant** |

Outils didactiques : Tableau, livre ,craie……

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Etapes** | ***Ensemble des nombres entiers naturels***  ***Notions d’arithmétique*** | **Observations** |
| **Activité d’initiation** | 1. ***Ensemble des nombres entiers naturels***   ***☞Activité***  Parmi les nombres suivants : ; ;  ; ;  ; . Préciser ceux qui sont des nombres. | **50 minutes** |
| **Résumer du cours** | ***Définition***   * Les nombres entiers naturels forment un ensemble qu’on note  tels que * Les nombres entiers naturels **non nuls** forment un ensemble qu’on note  tels que   ***Exemples :***   * 3 est un entier naturel, on dit que 3 appartient à l'ensemble  et on écrit 3 ∈ . * 5 n'est pas un entier naturel, on dit que 5 n’appartient pas à l'ensemble  on écrit  . * 4 est un entier naturel non nul, on dit que 4 est appartient à et on écrit .   ***Remarque :***   * L’ensemble des nombres entiers naturels est infini, signifie que, si  est un entier naturel alors son successeur  est aussi un nombre entier naturel * Le symbole  se lit « appartient à » * Le symbole  se lit « n’appartient pas » |
| **Evaluation** | ***Application➀***  Compléter par   ;   ;   ;   ; |
| **Résumer du cours** | 1. ***Divisibilité dans*** 2. ***Nombres pairs – Nombres impairs*** 3. ***Définition***   Soit  un nombre entier naturel.   * On dit que  est un **nombre pair** s’il existe un nombre entier naturel  tel que : . * On dit que  est un **nombre impair** s’il existe un nombre entier naturel  tel que : .   ***Exemple :***   * On a : 144 = 2×72, donc 144 est un nombre pair. * On a : 161 = 2×80 + 1, donc 161 est un nombre impair.  1. ***Opérations sur les nombres pairs et les nombres impairs :***   ***Propriété :***  Soient  et  deux nombres entiers naturels on a :   |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | *Nombre* |  |  |  |  |  | | *Parité* | *Pair* | *Pair* | *Pair* | *Pair* | *Pair* | | *Pair* | *Impair* | *Impair* | *Impair* | *Pair* | | *Impair* | *Pair* | *Impair* | *Impair* | *Pair* | | *Impair* | *Impair* | *Pair* | *Pair* | *Impair* |   ***Démonstration :***   * *Montrons que si a est pair et b est pair alors  est pair.*   *Si a est pair, alors il existe un entier naturel  tel que  .*  *Si b est pair, alors il existe un entier naturel  tel que  .*  *Par suite  avec , d'où  est un nombre pair.*   * **Même démarche pour les autres cas.** | **50 minutes** |
| **Evaluation** | ***Application➁***   1. *Etudier la parité des nombres suivants : 1359+59321   ;* 2. *Soit  un entier naturel ; étudier la parité des nombres suivants :*   *;  ;* |
| **Résumer du cours** | ***Théorème*** :  Le produit de deux nombres entiers naturels **consécutifs** est toujours un nombre pair.  ***Démonstration :***  *Soit  un entier naturel.*  *Montrons que est un nombre pair.*  ***1er cas****: si  est* ***pair*** *alors*  *Donc  sachant que*  *D’où est pair*  ***2éme cas****: si est* ***impair*** *alors*  *Donc  sachant que*  *D’où est pair.*  *D’après les deux cas on peut conclure que  est un nombre* ***pair****, pour tout .* | **100 minutes** |
| **Evaluation** | ***Application➂ :***  Soit  un entier naturel. Etudier la parité des nombres suivants :  et  . |
| **Résumer du cours** | 1. ***Multiple et diviseur d’un nombre entier naturel*** :   ***Définition*** :  Soient  et  deux entiers naturels. S’il existe un entier naturel  tel que  alors :   : s’appelle le multiple de   : s’appelle le diviseur de   : s’appelle le rapport de  par b  ***Exemple*** : : donc 30 : multiple de 15 // 15 : diviseur de 30 // 2 : Le rapport de 30 par 15  ***Remarque***:   * 0 est un multiple de tous les nombres entiers naturels. * 1 est un diviseur de tous les nombres entiers naturels. |
| **Evaluation** | ***Application➃***   1. Déterminer les diviseurs de 36 et 82. 2. Déterminer les multiples de 3 inférieurs ou égal à 50. |
| **Résumer du cours** | 1. ***Critères de divisibilité par 2,3,4,5 et 9***   ***Propriété***  Soit  un entier naturel. On dit que  est divisible par :   * **2** si son chiffre des unités est :0 ou 2 ou 4 ou 6 ou 8 * **5** si son chiffre des unités est :0 ou 5 * **3** ou **9** si la somme de ses chiffres forme un multiple de 3 ou 9. * **4** si son chiffre des unités et son chiffre des dizaines forment un multiple de 4.   ***Exemples***   * 4725 : divisible par 5 car son chiffre des unités est 5. * 4725 : divisible par 3 et par 9 car la somme de ses chiffres qui est 4+7+2+5=18 est un multiple de 3 et de 9. * 1628 : divisible par 4 car 28 est un multiple de 4. * 1628 divisible par 2 car son chiffre des unités est 8. | **100 minutes** |
| **Evaluation** | ***Application➄*** :  Etudier la divisibilité de 3611790 par 2, 3, 4, 5 et 9 |
| **Activité d’initiation** | 1. ***Nombres premiers***   ***☞Activité*** :  Déterminer les diviseurs de 2 , 3 ,5 et17.  Que remarquez-vous ? |
| **Résumer du cours** | ***Définition***  Un entier naturel supérieur ou égal à 2 est dite **premier** s’il possède **deux** diviseurs **1** et **lui-même**.  ***Remarque*** :   * **1** n’est pas un nombre premier car il ne possède qu’un seul diviseur. * **2** le seul nombre pair qui est premier. * Pour étudier la primalité d’un nombre entier naturel  ; on cherche tous les nombres premiers  qui vérifient. Si  **est divisible** par l’un de ces nombres alors n’est pas un nombre premier **sinon**  est premier.   ***Exemple*** :  Le nombre 37 est-il premier ?  On a  et les nombres premiers inférieur ou égal à  sont 2, 3 et 5.  Or 37 n’est pas divisible par 2 ; 3 et 5 ; alors 37 est un nombre premier. |
| **Evaluation** | ***Application➆*** :  Etudier la primalité des nombres suivants : 101 ; 137 ; 1563 |
| **Résumer du cours** | 1. ***Décomposition en produit de facteurs premiers.***   ***Théorème***  Tout nombre entier naturel supérieur ou égal à 2 admet une décomposition en produit de facteurs premiers.  Exemple :  est une décomposition de 30 en produit de facteurs premiers. |
| **Evaluation** | ***Application➇*** :  Décomposer les nombres suivants en produit de facteurs premiers : 48 ; 612 ; 1530 ; 3240 |
| **Résumer du cours** | 1. ***PGCD – PPCM*** 2. ***PGCD*** 3. ***Définition*** :   Soient  et  deux nombres entiers naturels non nuls.  Le plus grand commun diviseur de  et s’appelle le PGCD de  et  et se note  ou  ***Remarque*** :  Comme 1 est un diviseur de tous nombre a et b de  ; alors | **120 minutes** |
| **Evaluation** | ***Application➈***  Déterminer les diviseurs de 36 et 84 puis déduire . |
| **Résumer du cours** | ***Théorème***  Soient  et  deux nombres entiers naturels.  Le est le **produit** de facteurs premiers **communs** apparaissent à la fois dans la décomposition de  et et affectés à une **petite** puissance.  ***Exemple*** :  et  On a  et  ;  par conséquent |
| **Evaluation** | ***Application➉***:  Déterminer et |
| **Résumer du cours** | 1. ***Deux nombres entiers naturels premiers entre eux***   ***Théorème***  Soient  et  deux nombres entiers naturels.  On dit que  et  sont premiers entre eux si et seulement si . |
| **Evaluation** | ***Application :***  Montrer que 37 et 8 sont premiers entre eux. |
| **Résumer du cours** | 1. ***PPCM***   ***Définition***  Soient  et  deux nombres entiers naturels non nuls.  Le plus petit commun multiple **non nul** de  et s’appelle le PPCM de  et  et se note  ou |
| **Evaluation** | ***Application➀➀*** :  Déterminer |
| **Résumer du cours** | ***Théorème***  Soient  et  deux nombres entiers naturels.  Le est le **produit** de facteurs premiers **communs** et **non communs** apparaissent dans la décomposition de  et et affectés à une **grande** puissance. |
| **Evaluation** | ***Application➀➁***   1. Décomposer 45 et 120 en produit de facteurs premiers, puis déduire  . |