***Fiche technique***

|  |  |
| --- | --- |
| **Matière : Mathématiques** | **Professeur : Mouad ZILLOU** |

|  |
| --- |
| ***Ensemble des nombres entiers naturels*** $N$ ***et Notions en arithmétique*** |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Niveau : TCSF** | **Durée : 7 heures** |  |
| * Utiliser la parité et la décomposition en produit de facteurs premiers pour résoudre des problèmes simples portant sur les entiers naturels.
 | **Les capacités attendues** |
| * Les nombres pairs et les nombres impairs ;
* Multiples d’un nombre, le plus petit multiple commun de deux nombres ;
* Diviseurs d’un nombre, le plus grand diviseur commun de deux nombres ;
* Nombres premiers, décomposition d’un nombre en produit de facteurs premiers.
 | **Contenus du programme** |
| * On introduira les symboles : $\in ,\notin , ⊂,⊄,∩,∪.$
* L’objectif de la présentation de « notions en arithmétique » est d’initier les élèves à des modes de démonstration à travers l’utilisation des nombres pairs et des nombres impairs sans excès.
 | **Recommandations pédagogiques** |
| * Les orientations pédagogiques.
* Livre d’élève (najah)
* Des sites électroniques.
* Distribution périodique du programme de mathématiques.
 | **Fichiers utilisés dans la préparation du cours** |
| * Ecrire l’activité au tableau
* Marquer les difficultés
* Répartir les tâches
* Donner une durée suffisante pour la recherche individuelle
* Diagonaliser les prérequis des apprenants
* Noter les observations
 | **Rôle de l’enseignant**  |
| * Ecrire les activités
* Répondre aux questions de l’activité avec la justification de ses solutions.
* Formuler les résultats de l’activité sous forme d’un théorème, une propriété…
* Répondre aux exercices
 | **Rôle de l’apprenant** |

Outils didactiques : Tableau, livre ,craie……

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Etapes** | ***Ensemble des nombres entiers naturels*** $N$***Notions d’arithmétique*** | **Observations** |
| **Activité d’initiation** | 1. ***Ensemble des nombres entiers naturels***

***☞Activité*** Parmi les nombres suivants : ; ;  ; ;  ; . Préciser ceux qui sont des nombres. | **50 minutes** |
| **Résumer du cours**  | ***Définition*** * Les nombres entiers naturels forment un ensemble qu’on note  tels que
* Les nombres entiers naturels **non nuls** forment un ensemble qu’on note  tels que

***Exemples :*** * 3 est un entier naturel, on dit que 3 appartient à l'ensemble  et on écrit 3 ∈ .
* 5 n'est pas un entier naturel, on dit que 5 n’appartient pas à l'ensemble  on écrit  .
* 4 est un entier naturel non nul, on dit que 4 est appartient à et on écrit .

***Remarque :*** * L’ensemble des nombres entiers naturels est infini, signifie que, si  est un entier naturel alors son successeur  est aussi un nombre entier naturel
* Le symbole  se lit « appartient à »
* Le symbole  se lit « n’appartient pas »
 |
| **Evaluation** | ***Application➀*** Compléter par    ;   ;   ;   ;   |
| **Résumer du cours** | 1. ***Divisibilité dans***
2. ***Nombres pairs – Nombres impairs***
3. ***Définition***

Soit  un nombre entier naturel.* On dit que  est un **nombre pair** s’il existe un nombre entier naturel  tel que : .
* On dit que  est un **nombre impair** s’il existe un nombre entier naturel  tel que : .

***Exemple :**** On a : 144 = 2×72, donc 144 est un nombre pair.
* On a : 161 = 2×80 + 1, donc 161 est un nombre impair.
1. ***Opérations sur les nombres pairs et les nombres impairs :***

***Propriété :***Soient  et  deux nombres entiers naturels on a :

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *Nombre* |  |  |  |  |  |
| *Parité*  | *Pair*  | *Pair* | *Pair*  | *Pair*  | *Pair*  |
| *Pair*  | *Impair*  | *Impair*  | *Impair*  | *Pair*  |
| *Impair*  | *Pair*  | *Impair*  | *Impair*  | *Pair*  |
| *Impair*  | *Impair*  | *Pair*  | *Pair*  | *Impair*  |

 ***Démonstration :*** * *Montrons que si a est pair et b est pair alors  est pair.*

*Si a est pair, alors il existe un entier naturel  tel que  .* *Si b est pair, alors il existe un entier naturel  tel que  .*  *Par suite  avec , d'où  est un nombre pair.** **Même démarche pour les autres cas.**
 | **50 minutes** |
| **Evaluation**  | ***Application➁*** 1. *Etudier la parité des nombres suivants : 1359+59321   ;*
2. *Soit  un entier naturel ; étudier la parité des nombres suivants :*

*;  ;*  |
| **Résumer du cours** | ***Théorème*** : Le produit de deux nombres entiers naturels **consécutifs** est toujours un nombre pair. ***Démonstration :***  *Soit  un entier naturel.**Montrons que est un nombre pair.****1er cas****: si  est* ***pair*** *alors* *Donc  sachant que* *D’où est pair****2éme cas****: si est* ***impair*** *alors* *Donc  sachant que* *D’où est pair.**D’après les deux cas on peut conclure que  est un nombre* ***pair****, pour tout .* | **100 minutes** |
| **Evaluation** | ***Application➂ :***Soit  un entier naturel. Etudier la parité des nombres suivants :  et  . |
| **Résumer du cours** | 1. ***Multiple et diviseur d’un nombre entier naturel*** :

***Définition*** :Soient  et  deux entiers naturels. S’il existe un entier naturel  tel que  alors :   : s’appelle le multiple de   : s’appelle le diviseur de    : s’appelle le rapport de  par b ***Exemple*** : : donc 30 : multiple de 15 // 15 : diviseur de 30 // 2 : Le rapport de 30 par 15***Remarque***: * 0 est un multiple de tous les nombres entiers naturels.
* 1 est un diviseur de tous les nombres entiers naturels.
 |
| **Evaluation** | ***Application➃*** 1. Déterminer les diviseurs de 36 et 82.
2. Déterminer les multiples de 3 inférieurs ou égal à 50.
 |
| **Résumer du cours** | 1. ***Critères de divisibilité par 2,3,4,5 et 9***

***Propriété*** Soit  un entier naturel. On dit que  est divisible par : * **2** si son chiffre des unités est :0 ou 2 ou 4 ou 6 ou 8
* **5** si son chiffre des unités est :0 ou 5
* **3** ou **9** si la somme de ses chiffres forme un multiple de 3 ou 9.
* **4** si son chiffre des unités et son chiffre des dizaines forment un multiple de 4.

***Exemples**** 4725 : divisible par 5 car son chiffre des unités est 5.
* 4725 : divisible par 3 et par 9 car la somme de ses chiffres qui est 4+7+2+5=18 est un multiple de 3 et de 9.
* 1628 : divisible par 4 car 28 est un multiple de 4.
* 1628 divisible par 2 car son chiffre des unités est 8.
 | **100 minutes** |
| **Evaluation** | ***Application➄*** : Etudier la divisibilité de 3611790 par 2, 3, 4, 5 et 9 |
| **Activité d’initiation** | 1. ***Nombres premiers***

***☞Activité*** : Déterminer les diviseurs de 2 , 3 ,5 et17. Que remarquez-vous ? |
| **Résumer du cours** | ***Définition*** Un entier naturel supérieur ou égal à 2 est dite **premier** s’il possède **deux** diviseurs **1** et **lui-même**.***Remarque*** :* **1** n’est pas un nombre premier car il ne possède qu’un seul diviseur.
* **2** le seul nombre pair qui est premier.
* Pour étudier la primalité d’un nombre entier naturel  ; on cherche tous les nombres premiers  qui vérifient. Si  **est divisible** par l’un de ces nombres alors n’est pas un nombre premier **sinon**  est premier.

 ***Exemple*** : Le nombre 37 est-il premier ?On a  et les nombres premiers inférieur ou égal à  sont 2, 3 et 5.Or 37 n’est pas divisible par 2 ; 3 et 5 ; alors 37 est un nombre premier. |
| **Evaluation** | ***Application➆*** : Etudier la primalité des nombres suivants : 101 ; 137 ; 1563 |
| **Résumer du cours** | 1. ***Décomposition en produit de facteurs premiers.***

***Théorème*** Tout nombre entier naturel supérieur ou égal à 2 admet une décomposition en produit de facteurs premiers.Exemple : est une décomposition de 30 en produit de facteurs premiers. |
| **Evaluation** | ***Application➇*** : Décomposer les nombres suivants en produit de facteurs premiers : 48 ; 612 ; 1530 ; 3240 |
| **Résumer du cours** | 1. ***PGCD – PPCM***
2. ***PGCD***
3. ***Définition*** :

Soient  et  deux nombres entiers naturels non nuls.Le plus grand commun diviseur de  et s’appelle le PGCD de  et  et se note  ou  ***Remarque*** : Comme 1 est un diviseur de tous nombre a et b de  ; alors  | **120 minutes** |
| **Evaluation** | ***Application➈*** Déterminer les diviseurs de 36 et 84 puis déduire . |
| **Résumer du cours** | ***Théorème***Soient  et  deux nombres entiers naturels.Le est le **produit** de facteurs premiers **communs** apparaissent à la fois dans la décomposition de  et et affectés à une **petite** puissance.***Exemple*** : et  On a  et  ; par conséquent  |
| **Evaluation** | ***Application➉***: Déterminer et  |
| **Résumer du cours** | 1. ***Deux nombres entiers naturels premiers entre eux***

***Théorème*** Soient  et  deux nombres entiers naturels.On dit que  et  sont premiers entre eux si et seulement si . |
| **Evaluation** | ***Application :*** Montrer que 37 et 8 sont premiers entre eux. |
| **Résumer du cours** | 1. ***PPCM***

***Définition*** Soient  et  deux nombres entiers naturels non nuls.Le plus petit commun multiple **non nul** de  et s’appelle le PPCM de  et  et se note  ou   |
| **Evaluation** | ***Application➀➀*** : Déterminer  |
| **Résumer du cours** | ***Théorème***Soient  et  deux nombres entiers naturels.Le est le **produit** de facteurs premiers **communs** et **non communs** apparaissent dans la décomposition de  et et affectés à une **grande** puissance. |
| **Evaluation** | ***Application➀➁*** 1. Décomposer 45 et 120 en produit de facteurs premiers, puis déduire  .
 |