Fiche technique

Professeur : Mouad ZILLOU	**Matière : Mathématiques**

Ensemble des nombres entiers naturels ℕ et Notions en arithmétique

	Durée : 7 heures	**Niveau : TCSF**
Les capacités attendues	- Utiliser la parité et la décomposition en produit de facteurs premiers pour résoudre des problèmes simples portant sur les entiers naturels.	
Contenus du programme	- Les nombres pairs et les nombres impairs ; - Multiples d'un nombre, le plus petit multiple commun de deux nombres ; - Diviseurs d'un nombre, le plus grand diviseur commun de deux nombres ; - Nombres premiers, décomposition d'un nombre en produit de facteurs premiers.	
Recommandations pédagogiques	- On introduira les symboles : $\in, \notin, \subset, \not\subset, \cap, \cup$. - L'objectif de la présentation de « notions en arithmétique » est d'initier les élèves à des modes de démonstration à travers l'utilisation des nombres pairs et des nombres impairs sans excès.	
Fichiers utilisés dans la préparation du cours	- Les orientations pédagogiques. - Livre d'élève (najah) - Des sites électroniques. - Distribution périodique du programme de mathématiques.	
Rôle de l'enseignant	- Ecrire l'activité au tableau - Marquer les difficultés - Répartir les tâches - Donner une durée suffisante pour la recherche individuelle - Diagonaliser les prérequis des apprenants - Noter les observations	
Rôle de l'apprenant	- Ecrire les activités - Répondre aux questions de l'activité avec la justification de ses solutions. - Formuler les résultats de l'activité sous forme d'un théorème, une propriété… - Répondre aux exercices	

Outils didactiques : Tableau, livre ,craie……

Etapes	Ensemble des nombres entiers naturels $\mathbb{N}$ Notions d'arithmétique	Observations

Activité d'initiation

I. Ensemble des nombres entiers naturels

☞Activité

Parmi les nombres suivants : 0 ; 8 ; $\sqrt{25}$; $\sqrt{34}$; $12,5$; $\frac{12}{3}$. Préciser ceux qui sont des nombres.

Résumer du cours

50 minutes

Définition

- Les nombres entiers naturels forment un ensemble qu'on note $\mathbb{N}$ tels que $\mathbb{N}=\{0,1,2,3,4,5,.....\}$
- Les nombres entiers naturels **non nuls** forment un ensemble qu'on note $\mathbb{N}^*$ tels que $\mathbb{N}^*=\{1,2,3,4,5,.....\}$

Exemples :

- 3 est un entier naturel, on dit que 3 appartient à l'ensemble $\mathbb{N}$ et on écrit $3 \in \mathbb{N}$.
- 5 n'est pas un entier naturel, on dit que 5 n'appartient pas à l'ensemble $\mathbb{N}$ on écrit $-5 \notin \mathbb{N}$.
- 4 est un entier naturel non nul, on dit que 4 est appartient à $\mathbb{N}^*$ et on écrit $4 \in \mathbb{N}^*$.

Remarque :

- L'ensemble des nombres entiers naturels est infini, signifie que, si n est un entier naturel alors son successeur $n+1$ est aussi un nombre entier naturel
- Le symbole $\in$ se lit « appartient à »
- Le symbole $\notin$ se lit « n'appartient pas »

Evaluation

Application ①

Compléter par $\in;\notin$

$15........\mathbb{N}$; $\frac{2\pi}{3}.....\mathbb{N}^*$; $\sqrt{12}....\mathbb{N}$; $\frac{15}{3}....\mathbb{N}^*$; $0.....\mathbb{N}^*$

Résumer du cours

50 minutes

II. Divisibilité dans $\mathbb{N}$

1) Nombres pairs – Nombres impairs

a) Définition

Soit a un nombre entier naturel.

∗ On dit que a est un **nombre pair** s'il existe un nombre entier naturel k tel que : $a=2k$.

∗ On dit que a est un **nombre impair** s'il existe un nombre entier naturel k tel que : $a=2k+1$.

Exemple :

∗ On a : 144 = 2×72, donc 144 est un nombre pair.

∗ On a : 161 = 2×80 + 1, donc 161 est un nombre impair.

b) Opérations sur les nombres pairs et les nombres impairs :

Propriété :

Soient a et b deux nombres entiers naturels on a :

Nombre	a	b	$a+b$	$a-b\ (a>b)$	$a\times b$
Parité	Pair	Pair	Pair	Pair	Pair
	Pair	Impair	Impair	Impair	Pair
	Impair	Pair	Impair	Impair	Pair
	Impair	Impair	Pair	Pair	Impair

	Démonstration : ✱ *Montrons que si a est pair et b est pair alors $a+b$ est pair.* *Si a est pair, alors il existe un entier naturel k tel que $a=2k$.* *Si b est pair, alors il existe un entier naturel k' tel que $b=2k'$.* *Par suite $a+b=2k+2k'=2(k+k')=2k''$ avec $k''\in\mathbb{N}$, d'où $a+b$ est un nombre pair.* ✱ **Même démarche pour les autres cas.**	
Evaluation	***Application②*** *1) Etudier la parité des nombres suivants : 1359+59321* 978^2-65^2 ; 732×753 *2) Soit n un entier naturel ; étudier la parité des nombres suivants :* $2n+3$; $4n^2+2n+5$; $1+(n+1)^2+(n+2)^2$	
Résumer du cours	***Théorème*** : Le produit de deux nombres entiers naturels **consécutifs** est toujours un nombre pair. ***Démonstration :*** *Soit n un entier naturel.* *Montrons que $n(n+1)$ est un nombre pair.* ***1er cas*** *: si n est **pair** alors $n=2k$* *Donc $n(n+1)=2k(2k+1)=2\left(k(2k+1)\right)=2k'$ sachant que $k'\in\mathbb{N}$* *D'où n est pair* ***2éme cas*** *: si n est **impair** alors $n=2k+1$* *Donc $n(n+1)=(2k+1)(2k+1+1)=(2k+1)(2k+2)=2\left[(2k+1)(k+1)\right]=2k''$ sachant que $k''\in\mathbb{N}$* *D'où n est pair.* *D'après les deux cas on peut conclure que $n(n+1)$ est un nombre **pair**, pour tout $n\in\mathbb{N}$.*	
Evaluation	***Application③ :*** Soit n un entier naturel. Etudier la parité des nombres suivants : n^2+3n+2 et $n^2+7n+13$.	**100 minutes**
Résumer du cours	**2) *Multiple et diviseur d'un nombre entier naturel*** : ***Définition*** : Soient a et b deux entiers naturels. S'il existe un entier naturel k tel que $a=k.b$ alors : a : s'appelle le multiple de b b : s'appelle le diviseur de a k : s'appelle le rapport de a par b ***Exemple*** : $30=2\times15$: donc 30 : multiple de 15 // 15 : diviseur de 30 // 2 : Le rapport de 30 par 15 ***Remarque*** : ✱ 0 est un multiple de tous les nombres entiers naturels. ✱ 1 est un diviseur de tous les nombres entiers naturels.	
Evaluation	***Application④*** 1) Déterminer les diviseurs de 36 et 82. 2) Déterminer les multiples de 3 inférieurs ou égal à 50.	
Résumer du cours	***3) Critères de divisibilité par 2,3,4,5 et 9*** ***Propriété*** Soit n un entier naturel. On dit que n est divisible par : • **2** si son chiffre des unités est :0 ou 2 ou 4 ou 6 ou 8 • **5** si son chiffre des unités est :0 ou 5	**100 minutes**

	• **3** ou **9** si la somme de ses chiffres forme un multiple de 3 ou 9. • **4** si son chiffre des unités et son chiffre des dizaines forment un multiple de 4. ***Exemples*** • 4725 : divisible par 5 car son chiffre des unités est 5. • 4725 : divisible par 3 et par 9 car la somme de ses chiffres qui est 4+7+2+5=18 est un multiple de 3 et de 9. • 1628 : divisible par 4 car 28 est un multiple de 4. • 1628 divisible par 2 car son chiffre des unités est 8.	
Evaluation	***Application⑤*** : Etudier la divisibilité de 3611790 par 2, 3, 4, 5 et 9	
Activité d'initiation	***III. Nombres premiers*** ***☞Activité*** : Déterminer les diviseurs de 2 , 3 ,5 et17. Que remarquez-vous ?	
Résumer du cours	***Définition*** Un entier naturel supérieur ou égal à 2 est dite **premier** s'il possède **deux** diviseurs **1** et **lui-même**. ***Remarque*** : ✱ **1** n'est pas un nombre premier car il ne possède qu'un seul diviseur. ✱ **2** le seul nombre pair qui est premier. ✱ Pour étudier la primalité d'un nombre entier naturel n ; on cherche tous les nombres premiers p qui vérifient $p \leq \sqrt{n}$. Si n **est divisible** par l'un de ces nombres alors n n'est pas un nombre premier **sinon** n est premier. ***Exemple*** : Le nombre 37 est-il premier ? On a $\sqrt{37} \simeq 6,08$ et les nombres premiers inférieur ou égal à $\sqrt{37}$ sont 2, 3 et 5. Or 37 n'est pas divisible par 2 ; 3 et 5 ; alors 37 est un nombre premier.	
Evaluation	***Application⑦*** : Etudier la primalité des nombres suivants : 101 ; 137 ; 1563	
Résumer du cours	***IV. Décomposition en produit de facteurs premiers.*** ***Théorème*** Tout nombre entier naturel supérieur ou égal à 2 admet une décomposition en produit de facteurs premiers. Exemple : $30 = 2\times3\times5$ est une décomposition de 30 en produit de facteurs premiers.	
Evaluation	***Application⑧*** : Décomposer les nombres suivants en produit de facteurs premiers : 48 ; 612 ; 1530 ; 3240	
Résumer du cours	***V. PGCD – PPCM*** 1) ***PGCD*** ***a) Définition*** : Soient a et b deux nombres entiers naturels non nuls. Le plus grand commun diviseur de a et b s'appelle le PGCD de a et b et se note $PGCD(a,b)$ ou $a \wedge b$ ***Remarque*** : Comme 1 est un diviseur de tous nombre a et b de $\mathbb{N}$; alors $PGCD(a,b) \geq 1$	**120 minutes**

Evaluation	***Application ⑨*** Déterminer les diviseurs de 36 et 84 puis déduire $PGCD(36,84)$.	
Résumer du cours	***Théorème*** Soient a et b deux nombres entiers naturels. Le $PGCD(a,b)$ est le **produit** de facteurs premiers **communs** apparaissent à la fois dans la décomposition de a et b et affectés à une **petite** puissance. ***Exemple*** : $a=132$ et $b=120$ On a $132=2^2\times3\times11$ et $120=2^3\times3\times5$; par conséquent $PGCD(132,120)=2^2\times3=12$	
Evaluation	***Application ⑩*** : Déterminer $PGCD(180,174)$ et $PGCD(156,495)$	
Résumer du cours	***b) Deux nombres entiers naturels premiers entre eux*** ***Théorème*** Soient a et b deux nombres entiers naturels. On dit que a et b sont premiers entre eux si et seulement si $PGCD(a,b)=1$.	
Evaluation	***Application :*** Montrer que 37 et 8 sont premiers entre eux.	
Résumer du cours	1) ***PPCM*** ***Définition*** Soient a et b deux nombres entiers naturels non nuls. Le plus petit commun multiple **non nul** de a et b s'appelle le PPCM de a et b et se note $PPCM(a,b)$ ou $a\vee b$	
Evaluation	***Application ①①*** : Déterminer $PPCM(12,15)$	
Résumer du cours	***Théorème*** Soient a et b deux nombres entiers naturels. Le $PPCM(a,b)$ est le **produit** de facteurs premiers **communs** et **non communs** apparaissent dans la décomposition de a et b et affectés à une **grande** puissance.	
Evaluation	***Application ①②*** 1) Décomposer 45 et 120 en produit de facteurs premiers, puis déduire $PPCM(45,120)$.	