Fiche pédagogique

Prof : Mouad Zillou	*Durée : 5 heures*	*Ensembles des nombres*	*Niveau : TCSF*
Les capacités attendues	• Reconnaitre les relations entre les nombres et distinguer les différents ensembles de nombres. • Déterminer l'écriture convenable d'une expression algébrique selon la situation étudiée.		
Prérequis	• Les identités remarquables . • Développement et factorisation . • Les puissances et la notation scientifique . • Les opérations sur les nombres réels .		
Recommandations pédagogiques	• On fera la synthèse des connaissances acquises par les élèves à propos des nombres puis on introduira les symboles relatifs aux ensembles de nombres et on fera la distinction entre ces ensembles ; • On introduira, à partir d'activités et d'exercices ,la racine carrée d'un entier naturel qui n'est pas un carré parfait comme exemple de nombre irrationnel ; • On rappellera, à partir d'activités, les propriétés des opérations dans l'ensemble IR et les différentes identités remarquables qui doivent être renforcées par les deux identités $a^3 - b^3$ et $a^3 + b^3$. • On devra renforcer et soutenir les propriétés et les techniques relatives aux opérations dans IR chaque fois que l'occasion se présente dans les différents chapitres du programme.		
Fichiers utilisés dans la préparation du cours	• Les orientations pédagogiques.+ Livre d'élève + Des sites électroniques. • Distribution périodique du programme de mathématiques.		
Rôle de l'enseignant	• Ecrire l'activité au tableau + Marquer les difficultés + Répartir les tâches + Donner une durée suffisante pour la recherche individuelle + Diagonaliser les prérequis des apprenants + Noter les observations		
Rôle de l'apprenant	• Ecrire les activités + Répondre aux questions de l'activité avec la justification de ses solutions. • Formuler les résultats de l'activité sous forme d'un théorème, une propriété + Répondre aux exercices		
Extensions	• Les intervalles. • La théorie des ensembles • L'arithmétique		

Durée	Activités	Résumer du cours	Evaluations et remarques

Durée : 1h — 2h

Activités

Activité 01

Cocher les cases convenables

Ensemble					
$\sqrt{2}$					
$\frac{2}{3}$					
$\frac{5}{2}$					
$\frac{-\sqrt{9}}{3}$					
7					
Nombre	**naturel**	**Relatif**	**Décimal**	**rationnel**	**Réel**

Résumer du cours

I. Définitions et notations

Définitions

- ✓ Les nombres entiers naturels forment un ensemble qu'on note $\mathbb{N}$ tels que $\mathbb{N}=\{0,1,2,3,4,5,....\}$
- ✓ Les nombres entiers relatifs forment un ensemble qu'on note tels que $\mathbb{Z}=\{....-2;-1;0;1;2....\}$
- ✓ Les nombres décimaux forment un ensemble qu'on note $\mathbb{D}$ tels que $\mathbb{D}=\left\{\frac{a}{10^n}/a\in\mathbb{Z}\_et\_n\in\mathbb{N}\right\}$
- ✓ Les nombres rationnels constituent un ensemble qu'on note $\mathbb{Q}$ tels que $\mathbb{Q}=\left\{\frac{a}{b}/a\in\mathbb{Z}\_et\_b\in\mathbb{Z}^*\right\}$
- ✓ Les nombres rationnels et les nombres irrationnels constituent un ensemble des nombres réels qu'on note $\mathbb{R}$

II. Opérations dans $\mathbb{R}$

1) Addition dans $\mathbb{R}$

Propriétés

Soient $a;b$ et c trois nombres réels ; on a

- $a+b=b+a$ On dit que l'addition est **commutative**.
- $a+b+c=a+(b+c)=b+(a+c)=c+(a+b)$ On dit que l'addition est **associative**.
- $a+0=a$ On dit que 0 est un **élément neutre** de l'addition dans $\mathbb{R}$.
- $a+(-a)=a-a=0$ On dit que $-a$ est **l'opposé** de a

2) Multiplication dans $\mathbb{R}$

Propriétés :

Soient $a;b$ et c trois nombres réels ; on a

- $a\times b=b\times a$ On dit que la multiplication est **commutative**.

Evaluations et remarques

Remarque :

$\mathbb{N}\subset\mathbb{Z}\subset\mathbb{D}\subset\mathbb{Q}\subset\mathbb{R}$

$\mathbb{N}^*=\{1,2,3,.....\}$

$\mathbb{Z}^*=\{....-2;-1;1;2....\}$

$\mathbb{Z}^+=\{0,1,2,....\}=\mathbb{N}$

$\mathbb{Z}^-=\{...,-2,-1,0\}$

Exercice 01

Compléter par $\in$; $\notin$; $\subset$; $\not\subset$

$15........\mathbb{N}$; $\frac{2\pi}{3}.....\mathbb{Z}$; $\sqrt{3}....\mathbb{Q}$;

$\frac{1}{3}....\mathbb{R}$; $\frac{2}{7}....\mathbb{D}$; $-\sqrt{\frac{12}{3}}.....\mathbb{Z}$

$\mathbb{Z}...\mathbb{D}$; $\mathbb{D}...\mathbb{N}$; $\mathbb{D}...\mathbb{Q}$

$\mathbb{N}....\mathbb{R}$; $\mathbb{N}...\mathbb{Z}^*$,

- $a\times b\times c=a\times(b\times c)=b\times(a\times c)=c\times(a\times b)$ On dit que la multiplication est **associative**.
- $a\times 1=a$ On dit que 1 est **un élément neutre** de la multiplication dans $\mathbb{R}$
- $a\times\frac{1}{a}=1$ On dit que $\frac{1}{a}$ est l'inverse de a

3) ***Opérations sur les fractions*** :

Propriétés

Soient a,b,c et d des nombres réels on a

$\otimes\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+bc}{bd}$ et $\otimes\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d}$ avec $b\neq 0\_et\_d\neq 0)$

$\otimes\frac{\frac{a}{b}}{c}=\frac{a}{bc}(b\neq 0;c\neq 0)$; $\otimes\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}=\frac{ad}{bc};(b\neq 0,c\neq 0,d\neq 0)$

$\otimes\frac{a}{b}=\frac{c}{d};(b\neq 0,d\neq 0)$; équivaut à dire que $ad=bc$

III. Puissances – Ecriture scientifique – Racines carrées

1) Écriture scientifique :

Définition :

Soit x un nombre réel décimale et $p\in\mathbb{Z}$

L'écriture $x=a\times 10^{p}$ s'appelle écriture scientifique de x sachant que

- Si $x<0$ alors $-10<a\leq -1$
- Si $x>0$ alors $1\leq a<10$

Exemple :

Le nombre d'Avogadro $N_a=6023,045.10^{20}=6.02304510^{23}$

La vitesse de la lumière dans le vide est $c=300000000=3.10^{8}m/s$

2) Les puissances :

Propriété :

Soient a et b deux nombres réels et soient m et n deux entiers relatifs non nuls on a :

Exercice 02

1) Calculer et simplifier :

$$A=\frac{2}{5}-4+\frac{7}{3}-\frac{4}{15}\ ;B=\left(\frac{\frac{2}{5}+3}{1-\frac{2}{5}}\right)+\left(\frac{\frac{3}{4}-2}{1+\frac{3}{4}}\right)$$

2) Soient x et y deux nombres non nuls réels tels que : $x+y\neq 0$ et $x-y\neq 0$

Simplifier l'expression suivante :

$$E=\frac{\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}-\frac{1}{y}}-\frac{\frac{1}{y}}{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}}$$

Exercice 03

1) Donner l'écriture scientifique aux nombres suivants :

2586,5 ; -875,56 ; 0.00095 ;

$78786,235.10^{-7}$; $13\times 10^{-5}\times 0.0003$

2) Simplifier les nombres suivants :

$A=5^{3}\times 2^{2}\times 100\times 8\times 25$;

$$B=\frac{2.4\times 10^{-3}\times 7.2\times 10^{5}}{1.2\times 10^{4}\times 0.9\times 10^{-2}}$$

3) Simplifier les expressions suivantes :

$$A=\frac{(x^2y)^{-3}\times z^2}{xy^2\times z^{-3}}\ ;B=\frac{(x^2y)^{-3}\times x^3z^{-2}}{x(zy)^2\times y^{-1}}$$

4) On considère le nombre suivant :

$$E=\frac{6^{12}\times 25^{-2}}{15^{8}\times 18^{2}}$$

2h

Activité 02

Développer les expressions suivantes :

⊕ $(a+b)^2$

⊕ $(a-b)^2$

⊕ $(a-b)(a+b)$

⊕ $(a+b)(a^2-ab+b^2)$

⊕ $(a-b)(a^2+ab+b^2)$

⊕ $(a+b)(a+b)^2$

⊕ $(a-b)(a-b)^2$

$(a^n)^m = a^{n\times m}$; $a^n\times a^m = a^{n+m}$; $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}\ (a\neq 0)$;

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$; $((a\neq 0))$; $(a\times b)^n = a^n\times b^n$; $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$; $(b\neq 0)$

$a^n = \underbrace{a\times a\times \dots\dots\dots\times a}_{n\ fois}$

3) Les racines carrées

Définition

Soit $a\in\mathbb{R}^+$

La racine carrée de a est le nombre réel b qui vérifie l'égalité suivante : $b^2 = a$ et on écrit $b=\sqrt{a}$

Propriété :

Soient $a\in\mathbb{R}^+, b\in\mathbb{R}^+$ on a :

⊗ $\sqrt{a^2} = \left(\sqrt{a}\right)^2 = a$ ⊗ $\sqrt{a^n} = \left(\sqrt{a}\right)^n\ (n\in\mathbb{N}^*)$ ⊗ $\sqrt{a}\times\sqrt{b} = \sqrt{ab}$;

⊗ $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$; $(b\neq 0)$ ⊗ $\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{a}$; $(a\neq 0)$ ⊗ $\sqrt{a}=\sqrt{b}\Rightarrow a=b$

IV. Identités remarquables :

Propriété :

Soient a et b deux nombres réels on a :

$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$ ⊗ $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$ ⊗ $(a-b)(a+b) = a^2-b^2$

$(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ ⊗ $(a-b)^3 = a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

$(a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3+b^3$ ⊗ $(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3-b^3$

Déterminer les nombres entiers relatifs m et n tels que $E = 2^n\times 5^m$

Remarque :

Soit a un nombre réel :

$si \begin{cases} a\geq 0 \Rightarrow \sqrt{a^2} = a \\ a<0 \Rightarrow \sqrt{a^2} = -a \end{cases}$

Exercice 04

1) Montrer que $\left(\sqrt{1+\frac{3}{5}}\times\sqrt{1-\frac{3}{5}}\right)\in\mathbb{Q}$

2) Soient $(a,b)\in\mathbb{R}^+\times\mathbb{R}^+$; simplifier l'expression suivante

$E = \sqrt{a^3}\times\sqrt{a\times b^2}+\sqrt{\sqrt{(ab)^4}}-\sqrt{b}\times\sqrt{a^4\times b}$

Exercice 05

1) Développer puis réduire les expressions suivantes :

⊕ $A = (2x-1)^2+(x+2)^3$

⊕ $B = (x+2)(x^2-2x+4)$

⊕ $C = (x-3)(x^2+3x+9)$

⊕ $D = (2x-1)^3-(x+4)^2$

2) Factoriser les expressions :

⊕ $E = x^2-4+(x+3)(x-2)-3(x-2)^2$

⊕ $F = x^3-27+2(x^2-9)-3x+9$

⊕ $G = 4x^2-36x$

⊕ $H = x^3+1+3(x^2-1)-x+1$